

### *Über den Durchgang langsamer Kathodenstrahlen durch Metalle. II*

**Von A. Becker**

(Mit 5 Figuren)

§ 1. Durch eine frühere Untersuchung<sup>1)</sup> konnte ein erster eindringender Überblick über das Verhalten dünnster Metallhäute gegenüber langsamen Kathodenstrahlen gewonnen werden. Das genauer untersuchte Geschwindigkeitsgebiet lag zwischen 4500 und 100 Volt. Das wesentliche Ergebnis der zunächst die *Menge* und die *Geschwindigkeit* der durchgehenden Elektronen betreffenden Beobachtung war folgendes:

1. Neben langsamen *Sekundärelektronen*, deren relativer Anteil an der Gesamtmenge der austretenden Elektronen bei einigen hundert Volt ein Maximum besitzt, finden sich im allgemeinen mehrere Gruppen austretender *Primärelektronen*, nämlich

a) Elektronen, welche die Schicht *unverzögert* durchlaufen haben. Sie stellen immer einen sehr kleinen Bruchteil der in die Schicht eindringenden Strahlung dar und werden daher vorzugsweise bei sehr großen Intensitäten der letzteren nachweisbar;

b) Elektronen, die einen mehr oder weniger großen *Geschwindigkeitsverlust* erlitten haben;

c) Elektronen eines bestimmt ausgewählten Geschwindigkeitsgebiets, die eine *selektive Durchlässigkeit* der Schichten anzeigen.

2. Die *Durchlässigkeit* einer Schicht nimmt im allgemeinen mit sinkender Strahlgeschwindigkeit erst schnell, dann langsamer ab und zeigt bei kleineren Geschwindigkeiten (Größen-

---

1) A. Becker, Ann. d. Phys. 84. S. 779. 1927; im folgenden kurz mit I bezeichnet.

ordnung 100 Volt) — von selektiven Stellen abgesehen — nur noch einen geringen Gang.

§ 2. Die gegenwärtige Arbeit will diese Kenntnis durch die Ausdehnung der Beobachtung auf das Gebiet der *kleinsten* noch mit ausreichender Intensität herstellbaren *Strahlgeschwindigkeiten* erweitern und vertiefen. Das neu untersuchte Geschwindigkeitsgebiet liegt zwischen 100 und 0,5 Volt. Die untersuchten Folien sind elektrolytisch hergestellte Nickelhäute<sup>1)</sup> von etwa 0,02 und 0,04  $\mu$  Dicke, wie sie auch teilweise bei der älteren Untersuchung zur Verwendung kamen.

Die Durchlässigkeit dieser Häute ist bis zu Strahlgeschwindigkeiten von 2 Volt herab verfolgbar (§ 4). Sie bricht hier nach kleineren Geschwindigkeiten hin praktisch plötzlich ab, während sie nach größeren Geschwindigkeiten hin bis zu etwa 10 Volt sehr rasch, dann nur noch ganz langsam ansteigt. Im Verlauf dieses langsameren Anstiegs sind Stellen selektiv geringerer Durchlässigkeit angezeigt, wie dies schon früher<sup>2)</sup> bei größeren Geschwindigkeiten kenntlich geworden war.

Definiert man die „Durchlässigkeit“ durch das Verhältnis der aus der Schicht austretenden Primärelektronenmenge zur auffallenden Menge<sup>3)</sup>, so ist deren hier erwähnter Gang ebenso wie deren zahlenmäßig sehr geringer Absolutwert weit mehr auf Reflexion bzw. Rückdiffusion als auf Absorption zurückzuführen (§ 4 b).

Der *Geschwindigkeitsverlust* der austretenden Elektronen tritt im Bereich der sehr langsamen Primärstrahlen stark zurück, und die Unterschiede der mit und ohne Folie (im nahe homogenen Gegenfeld) meßbaren Geschwindigkeitsverteilungskurven weisen zweifellos überwiegend auf Unterschiede in der *Strahlrichtung* hin. Es ist zu schließen, daß ebenso wie der Geschwindigkeitsverlust auch die *Streuung* der Elektronen stark zurücktritt und daß die primäre Strahlrichtung in den untersuchten Fällen auch im austretenden Strahl weit überwiegt. Daneben wird das Vorhandensein *ausgewählter Strahlrichtungen* angedeutet (§ 5). Die benutzte „Methode des homo-

1) Teilweise bezogen von dem Laboratorium Dr. K. Mey.

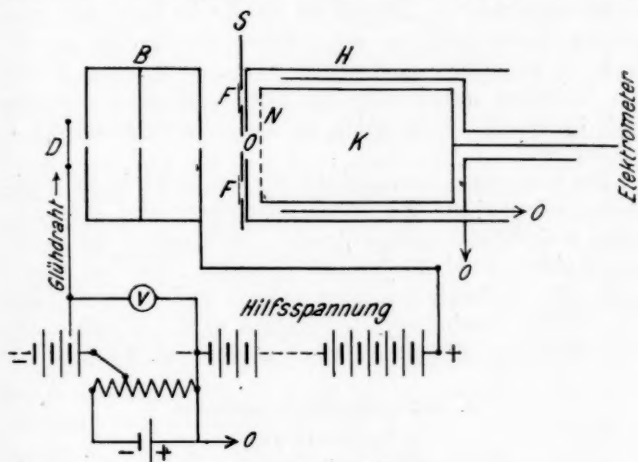
2) Vgl. § 1 und I. S. 794 und 803; vgl. auch § 5b.

3) I. S. 784.

genen Feldes“<sup>1)</sup> dürfte sich geeignet erweisen, zur Kenntnis der *Richtungsverteilung* der austretenden Elektronen künftig weiteres beizutragen.

### § 3. Versuchsanordnung

Die benutzte Versuchsanordnung ist derjenigen der älteren Arbeit ähnlich. Sie wird schematisch durch Fig. 1 wiedergegeben. Die von einem Glühband *D* ausgehenden Elektronen treffen nach Durchgang durch ein Blendensystem *B* auf einen



Versuchsanordnung

Fig. 1

metallischen Gleitschieber *S*, der je nach seiner Stellung die Öffnung *O* der geerdeten Hülle *H* dem Strahl freigibt oder durch eine der zu untersuchenden Folien *F* bedeckt, auf welche der Strahl dann zentral auftrifft. Der Durchmesser der Blenden *B* beträgt 1,2 mm, derjenige der verfügbaren Foliensfläche 5 mm. Die hindurchtretenden Elektronen werden in dem mit feindrähtigem Doppelnetz *N* versehenen Käfig *K* aufgefangen und mit dem Quadrantelektrometer gemessen.

Um auch bei kleinsten Geschwindigkeiten eine ausreichende Strahlintensität zu erhalten, ist zur Strahlbeschleunigung eine

1) Vgl. A. Becker, Ann. d. Phys. 58. S. 393. 1919.

aus der Figur ersichtliche Schaltweise benutzt worden, die sich einer Hilfsspannung von etwa 200 Volt bedient, deren negativer Pol geerdet ist und deren positiver Pol mit dem Blendensystem *B* in Verbindung steht, so daß die von der Hilfsspannung zwischen *D* und *B* beschleunigten Elektronen auf ihrem Wege zwischen *B* und *S* bzw. *O* um den gleichen Betrag verzögert werden. Die Wirkung der Hilfsspannung besteht infolgedessen nur darin, daß sie durch Beseitigung der Raumladungseinflüsse am Glühband die verfügbare Elektronenmenge steigert, während sie die für die Messungen maßgebende Geschwindigkeit, mit welcher die Strahlen an der Fläche *S* ankommen, unbeeinflusst läßt. Für diese kommt eine besondere zwischen *D* und Erde angelegte beschleunigende Spannung in Betracht, die am Präzisionsvoltmeter *V* ablesbar ist.

Zur Gewinnung einwandfreier Ergebnisse ist bestes Hochvakuum erforderlich. Zu dessen Herstellung wird eine vierstufige Stahldiffusionspumpe<sup>1)</sup> unter Zuhilfenahme von reichlicher Kühlung durch flüssige Luft<sup>2)</sup> benutzt. Außerdem müssen die Metallteile durch Erhitzung entgast und die unentbehrlichen Schiffe durch geeignete Dichtung an der ständigen Abgabe schädlicher Dämpfe gehindert werden (vgl. § 5a).

#### § 4. Durchlässigkeitsmessungen

##### a) Meßverfahren

Während die Anordnung der früheren Untersuchung<sup>3)</sup> die gleichzeitige Bestimmung der auf eine Folie auftreffenden und der von ihr hindurchgelassenen Strahlintensität ermöglichte, muß bei der gegenwärtigen Meßanordnung die Bestimmung dieser beiden Größen zeitlich nacheinander vorgenommen werden. Gegenüber diesem Nachteil sollte durch die veränderte Versuchsanordnung der gerade für die sehr langsamen Strahlen in Betracht kommende Vorteil eines kürzeren Strahlwegs erzielt werden. Die Messungen erfolgen in der Weise, daß die

1) Die ich dem großen Entgegenkommen der Helmholtz-Gesellschaft verdanke.

2) Dieselbe ist wiederum bereitwilligst von der I. G. Farbenindustrie in Ludwigshafen-Oppau zur Verfügung gestellt worden.

3) I. S. 780.



Öffnung *O* durch Betätigung des Schiebers abwechselnd freigelegt und mit der zu untersuchenden Folie bedeckt wird. Etwaige, meist geringfügige Inkonstanz der Strahlenquelle wird durch diese Zickzackbeobachtung weitgehend unschädlich gemacht. Da bei diesem Verfahren nicht immer genau die gleichen Folienstellen vom Strahl getroffen werden, so können sich allerdings merkliche Intensitätsverschiedenheiten als Folge von etwaigen Inhomogenitäten der Folie zeigen. Der Mittelwert der Einzelergebnisse entspricht dann den durchschnittlichen Eigenschaften eines nicht allzu stark begrenzten Folienstückes. Es dürfte dies namentlich bezüglich der Durchlässigkeitsbestimmung keinesfalls ein Nachteil gegenüber Messungen an unverändert festliegender Folie sein. Denn auch im letzteren Falle kann die Verteilung der Strahldichte über die bestrahlte Fläche etwa mit der Strahlgeschwindigkeit oder mit der Intensität variieren, und anderseits haben Vergleiche der Beobachtungen an verschiedenen Folien untereinander oder Versuche, Beziehungen zu anderen Eigenschaften der Substanz aufzufinden, um so weniger Bedeutung, je mehr die beobachtete Erscheinung an der Folie auf eine begrenzte, meist wenig definierte Stelle beschränkt ist.

Um bei der Folienmessung auch stärker zerstreute Elektronen mit Sicherheit im Käfig zu sammeln, wird der Käfig zusammen mit allen metallischen Hüllen des Elektrometers jeweils auf  $+2$  bis  $+4$  Volt Spannung geladen. Hierdurch wird auch die Sekundärstrahlung des Netzes zurückgehalten. Bei der Messung mit unbedeckter Öffnung *O* würde eine solche Aufladung des Käfigs namentlich bei den kleinsten Strahlgeschwindigkeiten nicht zulässig sein, da hierdurch wegen des Durchgriffs der Kraftlinien durch *O* die Strahlgeschwindigkeit und damit auch die Konzentrierung des Strahles und infolgedessen seine meßbare Intensität verändert würde. Wenn in diesem Fall die Sekundärstrahlung des Netzes die Messung prinzipiell beeinflußt, so ist dies praktisch bedeutungslos, da sie bei den kleinen Geschwindigkeiten und bei der Feinheit der Netzdrähte nahezu unmerklich bleibt.

Da die beiden nacheinander zu messenden Intensitäten von ganz verschiedener Größenordnung sind, so bedarf es für die Messung des direkten Strahles der Einschaltung einer

relativ großen Kapazität. Als solche wird eine vollkommen isolierende Glaskapazität von  $10 \mu\text{F}$  benutzt, die mit Hilfe eines durch Bernstein isolierten Platinkontaktes ein- und ausgeschaltet werden kann.

Es ist schließlich noch auf den *Einfluß* hinzuweisen, den ein *unvollkommenes Vakuum* bei diesen Messungen haben würde:

Bei unbedeckter Käfigöffnung würden die im Zwischenraum  $BO$  vom Kathodenstrahl erzeugten positiven Elektrizitätsträger durch das sie gegen  $O$  hin beschleunigende Feld in den Käfig  $K$  getrieben, so daß die Strahlintensität zu klein gefunden würde. Um ein Urteil über die vorhandene Menge solcher Träger zu erhalten, kann man mit Zuhilfenahme des Schiebers  $S$  die Öffnung  $O$  durch ein Drahtnetz abdecken und  $K$  so hoch negativ aufladen, daß alle Elektronen zurückgehalten werden, während die positiven Träger vom Käfig gesammelt werden. Es hat sich auf diese Weise auch beim höchsten Vakuum der gegenwärtigen Versuche tatsächlich das Vorhandensein positiver Träger nachweisen lassen; jedoch war deren Anzahl so gering, daß sie gegenüber der Zahl der Elektronen völlig außer Betracht bleiben konnte (vgl. auch § 5a).

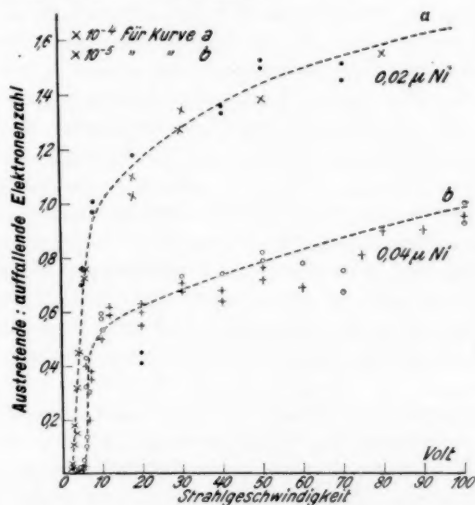
Bei bedeckter Käfigöffnung stellen die zwischen  $BS$  beschleunigten positiven Träger eine positive Strahlung dar, die auf die Folie auftrifft und vielleicht durch sie hindurchtreten könnte. Die zwischen  $F$  und  $N$  erzeugten positiven Träger werden durch den schwach positiv aufgeladenen Käfig zurückgetrieben; dagegen könnten die hier erzeugten negativen Träger mitgemessen werden. Ob mit einer solchen Störung zu rechnen ist, läßt schon der zuvor erwähnte Versuch entscheiden.

Vor jeder Meßreihe wurden die Folien kurze Zeit mit intensiven schnelleren Strahlen bestrahlt, um sie möglichst zu entgasen.

#### b) Meßergebnisse

Fig. 2 stellt das Ergebnis der Durchlässigkeitsmessungen an Nickel für die 2 Foliendicken von etwa  $0,02$  und  $0,04 \mu$  graphisch dar. Die Ordinaten geben jeweils das Verhältnis der aus der Folie austretenden Intensität zu der auf sie auftreffenden. Dabei ist zu berücksichtigen, daß unter den austretenden Elektronen neben primären auch in der Folie er-

regte sekundäre sich finden. Die relative Anzahl der letzteren ist aber im betrachteten Geschwindigkeitsgebiet stets sehr gering; ihr Einfluß kann aber auch unter Benutzung der gemessenen Geschwindigkeitsverteilungskurven (§ 5) streng in Rechnung gezogen werden. Ebenso ist es mit Hilfe dieser Kurven möglich, die Durchlässigkeit der Schichten für jedes beliebige unter den austretenden Primärelektronen vertretene Geschwindigkeitsgebiet anzugeben.



Durchlässigkeit von Nickel

Fig. 2

Zu den Messungen sind jeweils zwei in ihrer optischen Durchlässigkeit unter sich völlig übereinstimmende Folien jeder der beiden verschiedenen Dicken benutzt worden. Ihre Elektronendurchlässigkeit ist in Fig. 2 getrennt mit verschiedenen Zeichen ( $\bullet$  und  $\times$  bzw.  $\circ$  und  $+$ ) angemerkt. Die verhältnismäßig große Streuung der zur gleichen Primärgeschwindigkeit gehörigen Ordinatenwerte wird hierdurch zum Teil verständlich. Es zeigt sich aber auch noch eine teilweise erhebliche Verschiedenheit auf die gleiche Folie bezüglicher, zusammengehöriger Ordinatenwerte, die als Ergebnisse

verschiedener Versuchsreihen gewonnen sind. Das stets beobachtete Vorhandensein solcher Variationen im Verhalten einer Folie, das nicht etwa auf eine (leicht vermeidbare) Inkonzanz der Strahlenquelle zurückzuführen ist, erschwert naturgemäß die zweifelfreie Auswertung einer Messung, namentlich, wenn es sich darum handelt, eine etwaige Selektivität in der Durchlässigkeit festzustellen.

Zu dieser besonderen Frage ist aus der mitgeteilten Beobachtung zu entnehmen, daß im allgemeinen — wie es durch die gestrichelten Kurven angedeutet wird — beim Anwachsen der Strahlgeschwindigkeit von kleinsten Werten an zunächst ein sehr rascher Anstieg der Durchlässigkeit erfolgt, an den sich ein immer schwächer werdender langsamerer Anstieg anschließt, wie letzterer auch bereits in der älteren Untersuchung erkannt worden ist (vgl. § 1, 2). An gewissen Stellen scheinen sich aber deutlich Abweichungen vom kontinuierlichen Anstieg geltend zu machen, die über die Unbestimmtheit der Versuchswerte hinausgehen. So wird bei beiden Foliendicken in der Gegend von 70 Volt ein Minimum der Durchlässigkeit angezeigt, und auch zwischen 10 und 20 Volt zeigt insbesondere die dickere Folie keinen Anstieg der Kurve.

Von besonderem Interesse ist das Verhalten der Schichten gegen die allergeringsten Strahlgeschwindigkeiten. In Tab. 1 seien die Mittelwerte der erhaltenen Durchlässigkeiten zahlenmäßig angegeben. Dieselben können auf eine große Genauigkeit um so weniger Anspruch machen, je geringer die zugehörige Strahlgeschwindigkeit ist, nicht etwa, weil die Messung unsicher wäre, sondern wegen der außerordentlichen Variabilität im Verhalten der Schicht in diesem Geschwindigkeitsgebiet. Es ist noch zu bemerken, daß die angegebenen Voltwerte

Tabelle 1

Geschwind. Volt		0,5	1	2	2,2	2,5
Durchlässigkeit in $10^{-5}$	0,02 $\mu$	< 0,005	< 0,01	0,02	0,33	0,64
	0,04 $\mu$		< 0,005	< 0,01		0,01
Geschwind. Volt		2,8	3	3,5	4	5
Durchlässigkeit in $10^{-5}$	0,02 $\mu$	1,10	1,8	3,2	4,5	7,3
	0,04 $\mu$		0,018		0,03	0,05

durch Berücksichtigung der nach einem früher angegebenen Verfahren<sup>1)</sup> (sehr klein) gefundenen Kontaktpotentialdifferenz zwischen  $D$  und  $S$  korrigiert sind.

Mit den bei kleinsten Geschwindigkeiten mit der benutzten Anordnung praktisch leicht herstellbaren Strahlintensitäten beginnt die Durchlässigkeit der benutzten Schichten bei etwa 2 Volt nachweisbar zu werden, und zwar gilt dies in Annäherung für beide verschiedenen Schichtdicken. Bei der dünneren Schicht setzt über 2 Volt ein sehr schneller Anstieg der Durchlässigkeit ein. Bei der dickeren Schicht erfolgt der Anstieg erst langsamer und von etwa 5 Volt ab schneller. Wenn eine Durchlässigkeit unterhalb 2 Volt überhaupt noch vorhanden ist, so ist sie jedenfalls viel geringer als unmittelbar darüber, und irgendein Anzeichen für ein Wiederansteigen in diesem Gebiet ist nicht vorhanden.

Dies Verhalten der Schichten im Bereich der kleinsten Geschwindigkeiten ist wichtig zur Beurteilung der Frage, wie weit die beobachteten Durchlässigkeiten tatsächlich etwas über den Strahldurchgang durch ein homogenes Metall aussagen und wie weit sie etwa durch grobe Inhomogenitäten der Schicht, insbesondere durch (optisch nicht mehr nachweisbare) *Löcher* beeinflusst sein könnten.<sup>2)</sup> In dieser Hinsicht lassen die gemachten Feststellungen zweifellos den Schluß zu, daß ein wesentlicher Einfluß von Poren nicht vorhanden ist. Denn andernfalls müßte man folgern, daß solche Poren zwar für Elektronen über 2 Volt, nicht aber für solche unterhalb 2 Volt durchlässig wären. Ob die Vorstellung einer entsprechenden Streuung der Elektronen diese Folgerung stützen könnte, mag für jetzt dahingestellt bleiben. Zweifellos geht aus den im folgenden mitzuteilenden Gegenfeldmessungen (§ 5) hervor, daß schon bei den aus den Schichten austretenden 4-Voltstrahlen eine erhebliche Streuung nicht vorhanden ist.

Unsere Beobachtungen bieten eine erste Möglichkeit, eine Aussage über die *praktische Absorption* der Nickelschichten für langsame Elektronen zu machen. Da Messungen bei zwei verschiedenen Dicken vorliegen, so kann man mit

1) A. Becker, Ann. d. Phys. 78. S. 101. 1925.

2) Vgl. auch die Feststellungen der früheren Arbeit I zu dieser Frage.

Hilfe der „Methode der aufeinanderfolgenden Dicken“ von Sekundärstrahlung und Rückdiffusion (in Annäherung) unfälschte Werte des Absorptionskoeffizienten angeben.<sup>1)</sup> Es seien hierfür diejenigen Durchlässigkeitswerte verwendet, welche in unmittelbar aufeinanderfolgenden, im gleichen Vakuum abwechselnd für beide Schichtdicken ausgeführten Messungen erhalten worden und in Tab. 2 verzeichnet sind.

Tabelle 2

Ni

Strahlgeschwind. Volt	6	20	100
Durchlässigkeit } 0,02 $\mu$	0,76	1,12	1,75
in $10^{-4}$ } 0,04 $\mu$	0,034	0,047	0,079
Verhältnis . . . .	22,4	23,8	22,2

Das Verhältnis der Durchlässigkeiten erweist sich zwischen 6 und 100 Volt nahe konstant, was tatsächlich anzeigt, daß das Absorptionsvermögen des Metalls bei kleinen Geschwindigkeiten offenbar einen Grenzwert besitzt, falls man von gewissen selektiven Stellen absieht.

Für den *Absorptionskoeffizient* berechnet sich aus dem gefundenen Verhältnisse für Nickel  $\alpha = 15 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}$ , d. i. ein Wert, der mit den früher<sup>2)</sup> nur in Annäherung<sup>3)</sup> angebbaren nahe zusammentrifft.

Die auffallende Tatsache, daß das Verhältnis der Durchlässigkeiten zweier um  $0,02 \mu$  verschiedener Schichtdicken nur etwa  $\frac{1}{20}$  beträgt, während eine  $0,02 \mu$  dicke Schicht für sich nur rund  $10^{-4}$  der auf sie auffallenden Strahlintensität hindurchläßt, weist auf eine außerordentlich beträchtliche Reflexion bzw. Rückdiffusion der langsamen Elektronen hin, deren starke Zunahme mit sinkender Geschwindigkeit allgemein bekannt ist.<sup>4)</sup>

1) Da die Austrittsgeschwindigkeiten in beiden Fällen nahe übereinstimmen (vgl. § 5), so ist dieses Verfahren um so berechtigter.

2) I, S. 788.

3) Da die Rückkehrlektronen nicht ausschließbar waren; sie hatten aber bei den dort betrachteten größeren Geschwindigkeiten einen weit geringeren Einfluß. Daß die früheren  $\alpha$ -Werte etwas größer sind, entspricht diesem noch vorhandenen Einfluß.

4) Vgl. A. Becker, Ann. d. Phys. 78. S. 272. 1925.

## § 5. Gegenfeldmessungen

## a) Methode

Der Meßraum zwischen  $O$  und  $N$  (Fig. 1) stellt in Annäherung ein homogenes Feld dar, das nur durch die durch den Schieber bedingte Vertiefung bei  $O$  eine gewisse Störung des Kraftlinienverlaufs erfährt.

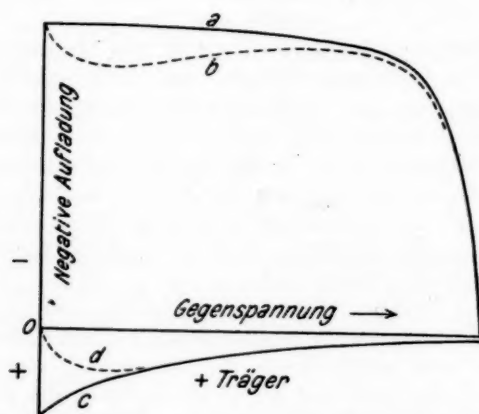
Der bei unbedeckter Öffnung durch  $O$  eintretende Strahl hat überwiegend die Richtung der nach  $N$  laufenden Kraftlinien, so daß die Anwendung eines Gegenfeldes zwischen  $N$  und  $O$  ein wenig gefälschtes Bild der wahren Geschwindigkeiten im direkten Strahl liefern wird.

Ist die Öffnung  $O$  durch eine Folie bedeckt, so treten die aus ihr austretenden Elektronen in ein nahe homogenes Feld, und man erhält durch die Anwendung von Gegenspannungen die Verteilung der in die Richtung der Flächennormalen fallenden Komponenten der Austrittsgeschwindigkeiten.

Das zu den gegenwärtigen Versuchen erforderliche Gegenfeld wurde in der Weise hergestellt, daß der Schieber  $S$  zusammen mit der Hülle  $H$  dauernd geerdet blieb, während alle Teile des Elektrometers zusammen mit den Schutzleitungen und mit dem Käfig  $K$  auf die jeweils gewünschte, mit Präzisionsvoltmeter gemessene negative Spannungsdifferenz gegen Erde gebracht wurden.

Es ist noch auf eine *Störung der Messungen* hinzuweisen, die ein *unvollkommenes Vakuum* verursachen könnte. Sie äußert sich in dem paradoxen Befund, daß die im Käfig  $K$  gesammelte negative Ladung mit wachsendem Gegenfeld zwar anfänglich sinkt, wie es verständlich ist, dann aber wieder zu höheren Werten ansteigt, wie dies beispielsweise die gestrichelte Kurve  $b$  der schematischen Fig. 3 zeigt.

Zur Deutung der Erscheinung möge zunächst angenommen sein, daß die Öffnung  $O$  mit einer dünnen Folie bedeckt sei und daß die im vollen Vakuum erhältliche, ungefälschte Geschwindigkeitsverteilungskurve der Elektronen durch die Kurve  $a$  der Fig. 3 dargestellt werde. Im unvollkommenen Vakuum erzeugen nun die Elektronen im Raum zwischen der Folie und dem Netz  $N$  Elektrizitätsträger beider Vorzeichen, deren Anzahl mit wachsender negativer Aufladung des Netzes in-



Einfluß positiver Träger auf die Homogenfeldkurve

Fig. 3

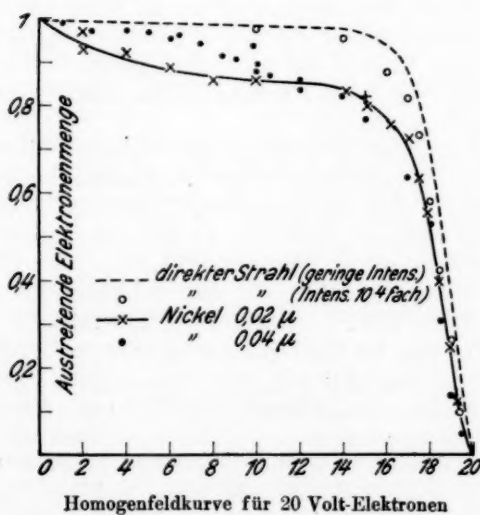


Fig. 4



folge wachsender Verzögerung der Elektronen abnehmen wird, wie dies etwa durch die Kurve *c* der Fig. 3 angedeutet sein mag. Von diesen Trägern werden die positiven nach *N* getrieben und zwar um so vollständiger, je höher dessen negative Aufladung ansteigt. Die nach dem Käfig geführte positive Ladung, die etwa durch die gestrichelte Kurve *d* dargestellt wird, verringert jeweils die durch die Elektronen verursachte negative Aufladung, und es wird an Stelle der Kurve *a* die Kurve *b* beobachtet. Diese Störung kann sich vorzugsweise bei höheren, über der Trägerbildungsspannung des Gasrestes liegenden Strahlgeschwindigkeiten geltend machen.

Ist die Öffnung *O* unbedeckt, so sind die Verhältnisse ähnliche; nur würden in diesem Fall immer noch von *B* aus beschleunigte positive Träger zum Käfig getrieben.

#### b) Ergebnisse

In Fig. 4 seien die mit 20-Voltstrahlen beobachteten Verhältnisse dargestellt. Die gestrichelte Kurve zeigt die bei schwachem Glühen der Elektronenquelle vom direkten Strahl bei unbedeckter Öffnung dem Käfig zugeführte Intensität in ihrer Abhängigkeit von der Gegenspannung. Durch die Lage der Ringe (o) wird die Veränderung angezeigt, welche die Kurve bei  $10^4$ -facher Strahlintensität, wie sie für die Durchlässigkeitsversuche erforderlich ist, erfährt.

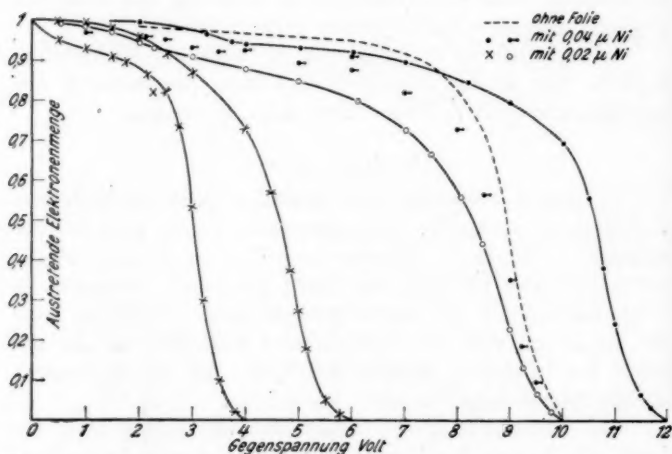
Bei Untersuchung der Nickelfolie von  $0,02 \mu$  wird die durch die Kreuze bestimmte ausgezogene Kurve beobachtet, während die dickere Folie von  $0,04 \mu$  die eingetragenen Punkte liefert.

Man erkennt, daß die größte Kurvensteilheit in allen Fällen in der Nähe der Primärstrahlgeschwindigkeit liegt, was anzeigt, daß die aus den Folien austretenden Elektronen weit überwiegend sowohl die Richtung, als auch die Geschwindigkeit in großer Annäherung beibehalten. Stark gestreute Strahlen sind nur sehr geringfügig vertreten und dies bei der dickeren Folie noch weniger als bei der dünneren.

Auffallend ist die bei der dickeren Folie zwischen etwa 6 und 12 Volt liegende Inflexion, die als durch die Beobachtung gesichert gelten muß. Eine derartige Inflexion im Verlauf einer Homogenfeldkurve kann, worauf demnächst näher

eingegangen werden soll, kaum dem Vorhandensein einer diskreten Geschwindigkeit, sondern offenbar nur dem Vorhandensein einer *ausgewählten Strahlrichtung* zugeschrieben werden, die sich im gegenwärtigen Fall zu etwa  $66^\circ$  gegen die Foliennormale berechnen ließe.

In Fig. 5 seien noch die entsprechenden Gegenspannungskurven für die Strahlgeschwindigkeiten von 12, 10, 6 und 4 Volt verzeichnet. Die Verhältnisse sind hier den oben genannten sehr ähnlich. Übereinstimmend zeigt auch hier die



Homogenfeldkurven für Primärelektronen von 4 bis 12 Volt

Fig. 5

dickere Folie stets die geringere Strahlstreuung, weil hier offenbar die gesteigerte Absorption sehr schief laufende Elektronen eher ausschaltet. Auffällig ist auch hier wieder die sowohl bei den 10- wie bei den 12-Voltstrahlen für beide Foliendicken auftretende Kurveninflexion. Sie liegt bei den 10-Voltstrahlen für beide Dicken etwa bei 2,5 Volt und würde unter der Voraussetzung gleicher Geschwindigkeit der gestreuten und ungestreuten Elektronen eine ausgewählte Streurichtung von etwa  $75^\circ$  anzeigen. Für die 12-Voltstrahlen zeigt sich die Inflexion etwa bei 3 Volt. Wenn hiernach der

gleiche Streuwinkel angezeigt wäre, so bleibt noch die geringe Genauigkeit zu beachten, mit der die maßgebenden Kurventeile gegenwärtig bestimmbar sind. Bevor weitere Schlüsse gezogen werden, erscheint es erforderlich, näher den Einfluß derjenigen Faktoren zu untersuchen, welche für die in gewissen Grenzen beobachtbare Verschieblichkeit der selektiven Stellen verantwortlich sind.

Es dürfte kaum zweifelhaft sein, daß auch die teilweise im homogenen Feld beobachteten Inflexionen der älteren Untersuchung als erste Anzeichen ausgewählter Streurichtung aufzufassen sind.

Für die Unterstützung dieser Untersuchung habe ich der Helmholtz-Gesellschaft und der Gesellschaft der Freunde der Universität Heidelberg bestens zu danken.

Heidelberg, Radiol. Institut und Theoret.-Physikal. Apparat.

(Eingegangen 21. Mai 1929)

---

## **Die Volumenfläche im Erweichungsintervall von Gläsern**

**Von G. Tammann und W. Jellinghaus**

(Mit 9 Figuren)

Die Bestimmung der Volumina in Abhängigkeit vom Druck und der Temperatur von drei Gläsern im Gebiete des Erweichungsintervalls führte zu dem überraschenden Resultat, daß die Isothermen tieferer Temperatur die höherer schon bei Drucken unter  $1000 \text{ kg/cm}^2$  überschneiden, daß also bei höheren Drucken das Volumen des Stoffes bei gleichem Druck mit wachsender Temperatur zuerst abnimmt und dann zunimmt, oder daß auf den Volumenisobaren bei erhöhten Drucken im Erweichungsintervall schwach ausgeprägte Minima auftreten.

### **Experimentelles**

Bestimmt man bei unveränderlicher Temperatur das eine Mal für den zu untersuchenden Stoff die Kolbenverschiebungen, die zur Druckerhöhung um je  $100 \text{ kg/cm}^2$  nötig sind, und das andere Mal für ein Quecksilbervolumen, welches das Glasvolumen bei sonst gleicher Füllung des Apparats ersetzt, so kann man die gesuchte Volumenisotheorie aus der des Quecksilbers ableiten.

Von P. W. Bridgman<sup>1)</sup> sind zwei Volumenisotheorien für Quecksilber bei  $0^\circ$  und bei  $22^\circ$  angegeben; außerdem gab er an, daß von  $0$ — $3000 \text{ kg/cm}^2$  der Ausdehnungskoeffizient von  $181 \cdot 10^{-6}$  bis  $163 \cdot 10^{-6}$ , also um  $18 \cdot 10^{-6}$  abnimmt. Aus diesen Angaben ergeben sich unter der Annahme, daß diese Änderung linear mit dem Druck verläuft, für die Kompressibilität des Quecksilbers folgende Werte.

---

1) P. W. Bridgman, Proc. Am. Acad. **47**. S. 347. 1911.

Tabelle 1

$$-\frac{1}{v} \frac{dv}{dp} \cdot 10^6$$

kg/cm <sup>2</sup>	250	750	1250	1750
0°	3,80	3,72	3,70	3,60
10	3,86	3,78	3,76	3,66
18	3,91	3,83	3,81	3,71
20	3,92	3,84	3,82	3,72
28	3,97	3,89	3,87	3,77
30	3,98	3,90	3,88	3,78
40	4,04	3,96	3,94	3,84
50	4,10	4,02	4,00	3,90
60	4,16	4,08	4,06	3,96
70	4,22	4,14	4,12	4,02

Zur Ausführung solcher Versuche diente ein Stahlzylinder, in dem 80 cm<sup>3</sup> des Glases von 30 cm<sup>3</sup> Quecksilber umgeben waren. Von dem Stahlzylinder führte eine Stahlcapillare, ebenfalls mit Quecksilber gefüllt, in ein U-Rohr, in dessen einem Schenkel sich Quecksilber befand und dessen anderer mit Rizinusöl gefüllter Schenkel mit einem Kompressor und einem Manometer verbunden war. Der Kompressor bestand aus einem Stahlzylinder, in welchem ein Ebonitkolben durch Parallelverschiebung bewegt werden konnte. Die Verschiebungen  $\Delta s$  wurden bis auf 0,1 mm bestimmt. Aus ihnen und dem Querschnitt des Kolbens  $q$  wurden die Volumenänderungen abgeleitet, die bestimmten Druckänderungen entsprechen.

Um eine gute Druckübertragung auf das Glas zu ermöglichen, wurde das mit dem Glase gefüllte Reagenzglas in Pergamentpapier eingewickelt, dann die Wand des Reagenzglases im Schraubstock zerdrückt und dieser Zylinder in den Stahlzylinder gebracht und mit Quecksilber umgeben. Hierdurch wurde eine Druckübertragung auf alle Glasbrocken erreicht, was daran zu erkennen ist, daß nach Drucksteigerungen alle Teile des aus Glastrümmern bestehenden Zylinders von Quecksilbertropfen durchsetzt sind.

Die Volumenfläche des Glases berechnet sich aus den beobachteten Kolbenverschiebungen wie folgt. Die Kolbenverschiebungen, welche zur Erhöhung des Drucks um je 100 kg/cm<sup>2</sup> nötig sind, wurden nach je drei Minuten vor-

genommen und bei steigendem und fallendem Druck ausgeführt. Die Mittelwerte der Kolbenverschiebungen bei wachsendem und bei fallendem Druck sind gleich den wahren Kolbenverschiebungen ohne jeden Flüssigkeitsverlust durch Undichtigkeit des Kolbens; denn um das Volumen der zwischen Kolben und Zylinderwand ausgetretenen Flüssigkeit wird bei wachsendem Druck die Kolbenverschiebung vergrößert und bei sinkendem Druck verkleinert. Die Volumenänderung  $\Delta v_1$  von  $1 \text{ cm}^3$  des zu untersuchenden Stoffes zwischen den Drucken  $p_1$  und  $p_2$  ist gleich der betreffenden Volumenänderung des Quecksilbers  $\Delta v_2$ , plus der Differenz der aus den Kolbenverschiebungen  $\Delta s_1$  des zu untersuchenden Stoffes und  $\Delta s_2$  des Quecksilbers für  $1 \text{ cm}^3$  berechneten Volumenänderungen.

$$\Delta v_1 = \Delta v_2 + qv(\Delta s_1 - \Delta s_2).$$

$q$  bezeichnet den Querschnitt des Kolbens und  $v$  das Volumen des untersuchten Stoffes in  $\text{cm}^3$ .

Zur Prüfung dieses Verfahrens wurden für Wasser bei  $20^\circ$  die Volumina zwischen 0 und  $3000 \text{ kg/cm}^2$  von je 100 zu  $100 \text{ kg/cm}^2$  bestimmt und mit den von E. H. Amagat<sup>1)</sup> gemessenen verglichen. Die so bestimmten Volumen (20 Bestimmungen) waren sämtlich zu groß, und zwar im Mittel um  $5,6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^3$  größer als die Volumen von Amagat. Das Mittel aus den Abweichungen von diesem Mittel beträgt  $3,2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^3$  und die größte Abweichung gegenüber Amagat beträgt  $11,4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^3$ . Es ist also mit einem größtmöglichen Fehler von  $0,001 \text{ cm}^3$  zu rechnen.

#### Die Volumenflächen

Für die drei untersuchten Stoffe: Selen, Salicin und Kolophonium, sind in den folgenden Tabellen die gemessenen Volumen angegeben. Die Isobaren für den Druck  $1 \text{ kg/cm}^2$  sind von Hrn. A. Kohlhaas bestimmt. Über jeder Tabelle sind die Temperaturen  $t_g$ , bei denen in dem betreffenden Glase die ersten erzwungenen Sprünge auftreten, und die Temperaturen  $t_f$ , bei denen sich die ersten Fäden aus dem Glase ziehen lassen, angegeben. Zwischen diesen beiden Temperaturen liegt das Erweichungs- oder Erstarrungsintervall.

1) E. H. Amagat, Ann. chim. phys. [6] 29. S. 544. 1893.

Tabelle 2

Volumen des *Salicinglases*Dichte bei 20° 1,3925;  $t_g$  43–44°;  $t_f$  62°

kg/cm <sup>2</sup>	20°	30°	40°	50°	60°	70°
1	1,0000	1,0015	1,0030	1,0058	1,0107	1,0152
100	0,9985	0,9999	1,0012	1,0036	1,0084	1,0128
200	0,9969	0,9976	0,9993	1,0016	1,0059	1,0103
300	0,9955	0,9966	0,9971	0,9991	1,0033	1,0079
400	0,9946	0,9945	0,9952	0,9970	1,0013	1,0054
500	0,9928	0,9935	0,9935	0,9947	0,9991	1,0036
600	0,9915	0,9918	0,9920	0,9923	0,9972	1,0011
700	0,9902	0,9905	0,9902	0,9907	0,9951	0,9990
800	0,9890	0,9888	0,9883	0,9888	0,9928	0,9971
900	0,9878	0,9874	0,9868	0,9870	0,9907	0,9950
1000	0,9865	0,9860	0,9850	0,9852	0,9889	0,9930
1100	0,9853	0,9845	0,9837	0,9835	0,9870	0,9912
1200	0,9837	0,9832	0,9823	0,9819	0,9851	0,9889
1300	0,9826	0,9816	0,9808	0,9804	0,9833	0,9872
1400	0,9814	0,9804	0,9791	0,9788	0,9817	0,9856
1500	0,9804	0,9790	0,9781	0,9776	0,9804	0,9839
1600	0,9793	0,9778	0,9768	0,9764	0,9796	0,9820
1700	0,9781	0,9768	0,9753	0,9748	0,9772	0,9801
1800	0,9768	0,9754	0,9740	0,9735	0,9759	0,9785
1900	0,9758	0,9741	0,9726	0,9721	0,9741	0,9767
2000	0,9740	0,9728	0,9730	0,9710	0,9729	0,9754

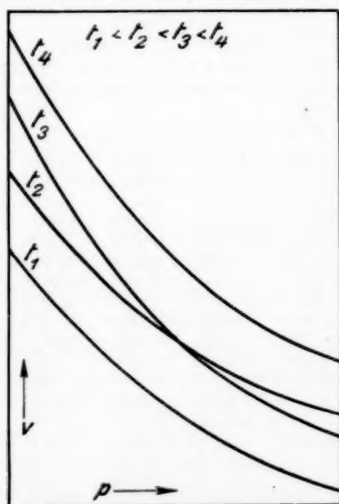
Tabelle 3

Volumen des *Selenglases*Dichte bei 10° 4,1506;  $t_g$  29,8°;  $t_f$  58,5°

kg/cm <sup>2</sup>	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
1	1,0000	1,0022	1,0040	1,0086	1,0133	1,0179	1,0224
100	0,9975	0,9997	1,0014	1,0054	1,0101	1,0146	1,0191
200	0,9947	0,9967	0,9980	1,0017	1,0067	1,0110	1,0159
300	0,9923	0,9947	0,9962	0,9985	1,0034	1,0077	1,0115
400	0,9905	0,9925	0,9930	0,9958	1,0006	1,0045	1,0091
500	0,9880	0,9900	0,9911	0,9930	0,9978	1,0017	1,0062
600	0,9861	0,9881	0,9882	0,9906	0,9943	0,9989	1,0031
700	0,9842	0,9862	0,9871	0,9883	0,9926	0,9965	1,0004
800	0,9823	0,9842	0,9848	0,9856	0,9898	0,9937	0,9979
900	0,9806	0,9821	0,9828	0,9832	0,9875	0,9914	0,9955
1000	0,9788	0,9806	0,9804	0,9808	0,9851	0,9890	0,9931
1100	0,9772	0,9779	0,9785	0,9784	0,9829	0,9863	0,9905
1200	0,9747	0,9764	0,9767	0,9766	0,9803	0,9839	0,9879
1300	0,9737	0,9747	0,9752	0,9745	0,9781	0,9814	0,9854
1400	0,9721	0,9727	0,9730	0,9725	0,9755	0,9793	0,9833
1500	0,9704	0,9713	0,9710	0,9708	0,9734	0,9772	0,9810
1600	0,9693	0,9694	0,9694	0,9693	0,9718	0,9752	0,9788
1700	0,9675	0,9680	0,9681	0,9670	0,9695	0,9728	0,9768
1800	0,9659	0,9665	0,9662	0,9656	0,9678	0,9708	0,9749
1900	0,9644	0,9649	0,9642	0,9637	0,9656	0,9685	0,9724
2000	0,9628	0,9633	0,9638	0,9646	0,9648	0,9674	0,9725

Tabelle 4  
 Volumen des Kolophoniums  
 Dichte bei 10° 1,0765;  $t_2$  29,5°;  $t_3$  52°

kg/cm <sup>2</sup>	10°	18°	28°	40°	50°	60°
1	1,0000	1,0031	1,0069	1,0141	1,0203	1,0264
100	0,9976	1,0005	1,0044	1,0105	1,0163	1,0220
200	0,9951	0,9975	1,0025	1,0071	1,0119	1,0176
300	0,9936	0,9951	1,0001	1,0034	1,0080	1,0127
400	0,9905	0,9927	0,9968	0,9997	1,0042	1,0084
500	0,9883	0,9901	0,9946	0,9961	1,0003	1,0044
600	0,9858	0,9878	0,9922	0,9926	0,9966	1,0005
700	0,9838	0,9857	0,9901	0,9899	0,9934	0,9972
800	0,9816	0,9836	0,9875	0,9870	0,9905	0,9933
900	0,9795	0,9817	0,9849	0,9843	0,9874	0,9896
1000	0,9775	0,9796	0,9831	0,9816	0,9846	0,9863
1100	0,9756	0,9774	0,9806	0,9795	0,9823	0,9831
1200	0,9735	0,9753	0,9787	0,9776	0,9795	0,9806
1300	0,9715	0,9733	0,9766	0,9748	0,9772	0,9780
1400	0,9701	0,9714	0,9746	0,9726	0,9750	0,9758
1500	0,9684	0,9697	0,9730	0,9711	0,9729	0,9736
1600	0,9664	0,9680	0,9708	0,9693	0,9709	0,9713
1700	0,9647	0,9663	0,9692	0,9674	0,9691	0,9691
1800	0,9631	0,9644	0,9673	0,9656	0,9670	0,9671
1900	0,9615	0,9628	0,9658	0,9635	0,9649	0,9649
2000	0,9585	0,9608	0,9643	0,9625	0,9630	0,9627



Volumenisothermen schematisch

Fig. 1



Eine Übersicht über den Verlauf der Isothermen, Isobaren und isometrischen Linien geben die Figg. 1, 2 und 3. Im Isothermendiagramm soll nur angedeutet werden, daß die Isothermen des Glases unterhalb der Temperatur  $t_g$  die der Flüssigkeit überschneiden. Die Isothermen der Temperaturen

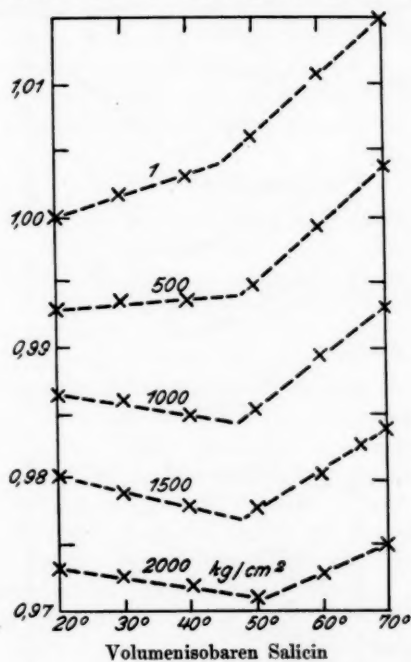


Fig. 2

Tabelle 5

Stoff	Temp.	t	v · 10 <sup>4</sup>	Stoff	Temp.	t	v · 10 <sup>4</sup>
Salicin	20°	10	16	Selen	10°	20	2
	20	20	32		10	30	7
	20	30	37		20	10	7
	20	40	17		20	20	12
	30	10	15		30	10	5
	30	20	20	Koloophonium	28	12	23
	30	30	0		28	22	9
40	10	5			28	32	9

bis zu 25° (Salicin) bzw. 20° (Selen) unterhalb der Temperatur  $t_g$  überschneiden im untersuchten Druckintervall die Isothermen der Flüssigkeit, welche bis zu 15° (Salicin) bzw. 10° (Selen) über  $t_g$  liegen. Bei 1900 kg/cm<sup>2</sup> sind die Volumen der Isothermen tieferer Temperatur um folgende Beträge größer als

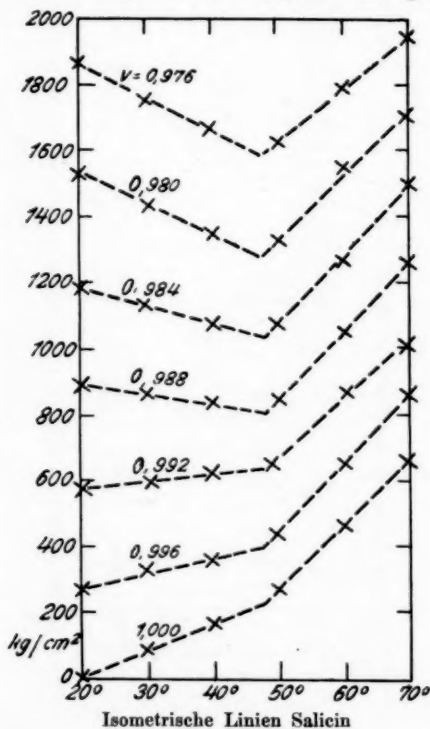


Fig. 3

die Volumen der um  $t^0$  höher liegenden Flüssigkeitsisothermen, wie aus der Tab. 5 zu ersehen ist.

Diese Differenzen sind 2—7 mal, durchschnittlich 3 mal größer als der mittlere Fehler, und da sie einen regelmäßigen Gang haben, so ist an ihrer Realität wohl nicht zu zweifeln.

Die Volumenisobaren bestehen bei kleineren Drucken aus zwei mit der Temperatur ansteigenden fast geradlinigen Stücken.

Von Drucken über  $1000 \text{ kg/cm}^2$  wird der Ausdehnungskoeffizient des Glases negativ. Der auf den Volumenisobaren gezeichnete Knick ist wohl in Wirklichkeit abgerundet. Auf den Volumenisobaren über  $1000 \text{ kg/cm}^2$  tritt dementsprechend ein Minimum auf. Die Isobaren des Selen und des Kolophoniums verliefen nicht so regelmäßig wie die Isobaren des Salicins, welche durch Fig. 2 angenähert wiedergegeben sind. Doch erreichen die Abweichungen, welche aus den Tabbl. 2, 3 und 4 zu ersehen sind, nur den Betrag des größtmöglichen Fehlers. Die isometrischen Linien sind den Isobaren ähnlich.

### Die Zustandsgleichung

Die Volumenflächen der Flüssigkeit und des Glases verlaufen so, als ob sie sich bei der Temperatur schneiden würden, bei der die ersten erzwungenen Risse auftreten, bei der also der Stoff spröde wird. Die Volumenfläche der Flüssigkeit fällt steiler ab als die des Glases, sowohl in der Richtung der  $p$ - als auch der  $T$ -Achse.

In der Nähe der Schnittlinie sind aber die wirklichen Volumina etwas größer als die jener beiden Flächen, wodurch eine wirkliche Schnittkante nicht zur Ausbildung gelangt, sondern ein Anschluß beider Flächen ohne Knicke auf den Schnitten parallel zur  $p$ - und  $T$ -Achse zustande kommt.

Bei erhöhtem Druck (bei Salicin  $800 \text{ kg/cm}^2$ ) beginnt eine flache, in der Richtung der  $p$ -Achse sich senkende Mulde, deren Minimum bei wachsendem Druck bei fast derselben Temperatur verläuft.

Die Volumenfläche der Flüssigkeit kann durch die Gleichung:

$$v = v_{p=\infty} + \frac{C \cdot T}{K + p}, \text{ wo } C = \frac{(v_{p=0} - v_{p=\infty}) \cdot K}{T}$$

wiedergegeben werden.  $v_{p=\infty}$  ist das Grenzvolumen bei  $p = \infty$  und  $K$  der innere Druck bei  $p = 0$ . Die willkürlose Berechnung von  $K$ , und damit auch die von  $v_{p=\infty}$ , wurde, wie früher<sup>1)</sup> angegeben, ausgeführt.

Aus der Volumenfläche der Flüssigkeit kann die des Glases in folgender Weise abgeleitet werden:

1) G. Tammann, Ann. d. Phys. 37. S. 975. 1912.

Nachdem für mehrere Temperaturen unterhalb der, bei der erzwungene Sprünge im Glase auftreten, die Isothermen der Flüssigkeitsgleichung berechnet sind, hat man für die Glasisotherme zwei Ergänzungen anzubringen. 1. Die Glasisothermen verlaufen flacher als die der Flüssigkeit, dementsprechend ist  $K$  im Glase bei derselben Temperatur größer als in der Flüssigkeit, es ist also in der Glasgleichung  $K$  durch  $K + \Delta K$  zu ersetzen. 2. Diese Ergänzung führt noch nicht zum Schneiden der Flüssigkeitsisothermen durch die des Glases. Damit das eintritt, muß das Grenzvolumen des Glases bei  $p = \infty$  größer sein als das der Flüssigkeit; diese Differenz sei  $Dv$ .

Dementsprechend ergibt sich für die Volumenfläche des Glases die Gleichung:

$$v_{\text{Glas}} = v_{p=\infty} + Dv + (v_{p=0} - v_{p=\infty}) \cdot \frac{K + \Delta K}{K + \Delta K + p}.$$

Das Volumen  $v_{p=0}$  ist das, welches die Flüssigkeit bei  $T$  und  $p = 0$  erfüllen würde, und  $v_{p=\infty}$  ist das Grenzvolumen der Flüssigkeit.

Zur willkürlosen Ermittlung von  $\Delta K$  und  $Dv$  ist in folgender Weise zu verfahren: Aus der Flüssigkeitsgleichung folgt für Temperaturen des Glaszustandes:

$$(d_T v / d p) = - \frac{(v_{p=0} - v_{p=\infty}) \cdot K}{(K + p)^2}.$$

Aus den Glasisothermen für dieselbe Temperatur ergeben sich die Werte  $(d_T v / d p)$ . Nun soll  $\Delta K$  so gewählt werden, daß  $(d_T v / d p)_{\text{Flüss}} = (d_T v / d p)_{\text{Glas}}$  wird. Der äußere Druck  $p$ , bei dem  $(d_T v / d p)_{\text{Flüss}}$  gleich  $(d_T v / d p)_{\text{Glas}}$  wird, ist gleich  $\Delta K$ .

Berechnet man nun die Volumen des Glases für mehrere Werte von  $p$ , so müssen sie um  $Dv$  kleiner sein als die beobachteten Werte. Führt man diese Rechnung aus, so ergibt sich, daß  $Dv$  eine lineare Funktion von  $p$  und  $T$  ist, welche in folgender Form geschrieben werden kann:

$$Dv = a \Delta T + b p,$$

wo  $\Delta T$  gleich ist der Temperatur des Auftretens erzwungener Sprünge minus der Temperatur, auf welche sich die betreffende Isotherme bezieht. Diese Abhängigkeit von  $Dv$  kann aber nur für ein Temperaturintervall  $\Delta T$  von etwa 20—40° gelten,

da bei tiefen Temperaturen  $Dv$  mit der Temperatur abnehmen wird.

Die so berechneten Volumen des Salicins und des Selens stimmen, wie aus folgender Zusammenstellung hervorgeht, mit den gefundenen in der Regel innerhalb des größtmöglichen Fehlers (0,001) überein. Addiert man zu den beobachteten Volumen die angegebenen Differenzen  $\Delta v$ , so erhält man die berechneten Volumen.

Tabelle 6

Vergleich der beobachteten und der berechneten Volumen des *Salicins*

$$K = 6000, \quad \Delta K = 800, \quad v_p = \infty = 0,8612, \quad C = 2,688$$

$$a = 3 \cdot 10^{-4}, \quad b = 2 \cdot 10^{-6}$$

kg/cm <sup>2</sup>	1		500		1000		1500		2000	
<i>t</i>	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$
20	1,0000	± 0	0,9928	- 8	0,9865	± 0	0,9804	- 12	0,9740	+ 1
30	1,0015	- 1	0,9935	- 3	0,9860	± 0	0,9790	+ 9	0,9728	+ 18
40	1,0030	- 1	0,9935	± 0	0,9850	+ 9	0,9781	+ 23	0,9730	+ 21
50	1,0058	+ 1	0,9947	± 0	0,9852	± 0	0,9776	- 4	0,9710	- 13
60	1,0107	- 3	0,9991	- 2	0,9889	+ 2	0,9804	+ 2	0,9729	+ 2
70	1,0152	- 3	1,0036	- 6	0,9930	- 1	0,9839	+ 2	0,9754	+ 10

Tabelle 7

Vergleich der beobachteten und der berechneten Volumen des *Selenglases*

$$K = 4395, \quad \Delta K = 532, \quad v_p = \infty = 0,8591, \quad C = 2,098$$

$$a = 29 \cdot 10^{-5}, \quad b = 8 \cdot 10^{-7}$$

kg/cm <sup>2</sup>	1		500		1000		1500		2000	
<i>t</i>	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$	<i>v</i>	$\Delta v \cdot 10^4$
10	1,0000	± 0	0,9880	- 1	0,9788	- 8	0,9704	- 7	0,9628	± 0
20	1,0022	- 3	0,9900	- 6	0,9806	- 15	0,9713	- 9	0,9633	- 2
30	1,0040	- 3	0,9911	- 3	0,9804	- 3	0,9710	+ 2	0,9638	- 2
40	1,0086	- 1	0,9930	+ 3	0,9808	± 0	0,9708	- 3	0,9646	- 28
50	1,0133	± 0	0,9978	- 3	0,9851	- 4	0,9734	+ 7	0,9648	- 3
60	1,0179	+ 2	1,0017	+ 1	0,9890	- 4	0,9772	+ 3	0,9674	+ 9
70	1,0224	+ 4	1,0062	- 1	0,9931	- 6	0,9810	+ 2	0,9725	- 9

Kolophonium ist eine Mischung mehrerer Stoffe. Bei 29,5° treten in ihm die ersten erzwungenen Risse auf. Die Volumen-isothermen des Glases überschneiden auch hier die der Flüssigkeit. Auf den Isobaren über 500 kg/cm<sup>2</sup> liegt bei 28° ein schwach ausgeprägtes Maximum und bei 40° ein ebenfalls

schwaches Minimum. Im Vergleich zu Salicin und Selen besteht aber der Unterschied, daß von Drucken von 800 kg/cm<sup>2</sup> an die Isobaren des Glases steiler verlaufen als die der Flüssigkeit. Für den Glaszustand ergeben sich aus der Gleichung:

$$K + p = T \frac{d_p p}{dT}$$

für  $K$  nicht unveränderliche Werte, sondern Werte, die mit  $T$  stark abnehmen. Hierdurch wird eine willkürlose Bestimmung der Konstanten in der Zustandsgleichung unmöglich.

#### Die $p$ - $T$ -Linien des Salicins und des Selen

Außer den isometrischen Linien für konstantes Volumen, welche aus der Volumenfläche abgeleitet wurden, kann man auch  $p$ - $T$ -Linien bestimmen, bei denen sich das Volumen des Gefäßes, das Volumen des zu untersuchenden Stoffes und das Volumen der druckübertragenden Flüssigkeit ändern. Auf diesen  $p$ - $T$ -Linien steigt der Druck erheblich langsamer mit der Temperatur an als auf den isometrischen Linien. Ihre Richtung hängt von der Menge und der Natur der druckübertragenden Flüssigkeiten ab. Diese  $p$ - $T$ -Linien bestehen im allgemeinen aus zwei geraden Linien, welche sich bei kleinen Drucken bei der Temperatur beginnender Sprödigkeit schneiden. Bei höheren Drucken aber wird dieser Schnittpunkt zu höheren Temperaturen verschoben, während er sich auf den isometrischen Linien nicht merklich verschiebt. Außerdem wird der Winkel, unter dem sich die beiden Geraden schneiden, mit wachsendem Druck kleiner, und ein Minimum, welches dem der isometrischen Linien entspricht, tritt bei der angewandten Menge der druckübertragenden Flüssigkeiten nicht auf. Die Aufnahme dieser  $p$ - $T$ -Linien war aber zur Feststellung der im folgenden Abschnitt besprochenen Abhängigkeit des Glasvolumens vom Druck, unter dem das Glas erstarrt, notwendig. Hierbei mußte auf folgendes geachtet werden: Vor der Aufnahme einer  $p$ - $T$ -Linie mit steigender Temperatur mußte der Stoff unter dem Druck dieser  $p$ - $T$ -Linie als Glas erstarrt sein. Nur wenn diese Bedingung erfüllt war, erhielt man bei steigender und fallender Temperatur zwei  $p$ - $T$ -Linien, die sich nur durch die Differenzen der Temperaturen im zu untersuchenden Stoff und im Bade unterscheiden. Wenn diese Be-

dingung nicht erfüllt ist, so weichen die beiden  $p$ - $T$ -Linien bei steigender und fallender Temperatur, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, erheblich voneinander ab.

In Fig. 4 und 5 ist eine Schar solcher  $p$ - $T$ -Linien des Salicins und des Sells wiedergegeben. Die Anfangsdrucke

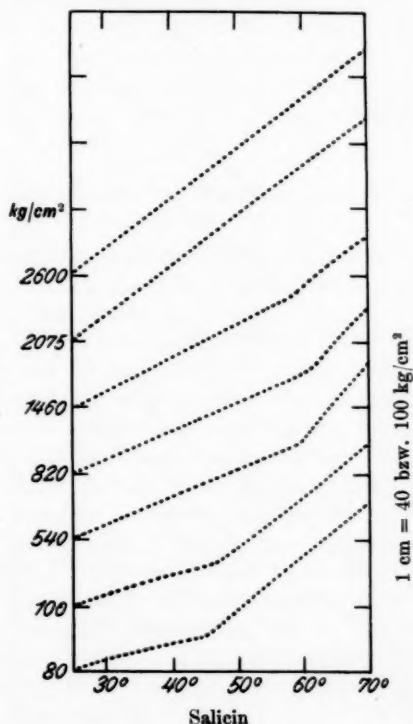


Fig. 4

für die niedrigste Temperatur sind aus den Figuren abzulesen. Mit steigender Temperatur wächst der Druck für die fünf ersten  $p$ - $T$ -Linien des Salicins in der Weise an, daß 1 cm in der Fig. 40  $\text{kg/cm}^2$  entspricht; für die beiden  $p$ - $T$ -Linien des Salicins mit den höchsten Anfangsdrucken entspricht 1 cm 100  $\text{kg/cm}^2$  und dasselbe gilt auch für die  $p$ - $T$ -Linien des

Selens. Auf den beiden  $p$ - $T$ -Linien des Salicins für die beiden höchsten Anfangsdrucke ist ein Knick auch bei ihrer Darstellung in vergrößertem Maßstabe nicht zu erkennen. Er

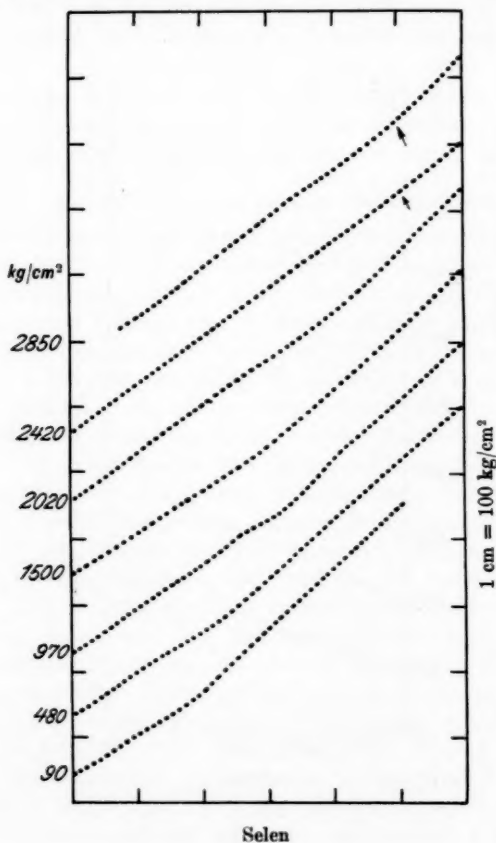


Fig. 5

wird durch die Ausdehnung der druckübertragenden Flüssigkeiten verwischt. Bei kleineren Anfangsdrucken stimmt die Temperatur des Knicks ( $45^{\circ}$ ) mit der Temperatur, bei der die ersten erzwungenen Sprünge auftreten ( $43,3^{\circ}$ ), gut überein.



Bei mittleren Anfangsdrucken wird der Schnittpunkt durch die Ausdehnung der druckübertragenden Flüssigkeiten zu höheren Temperaturen verschoben.

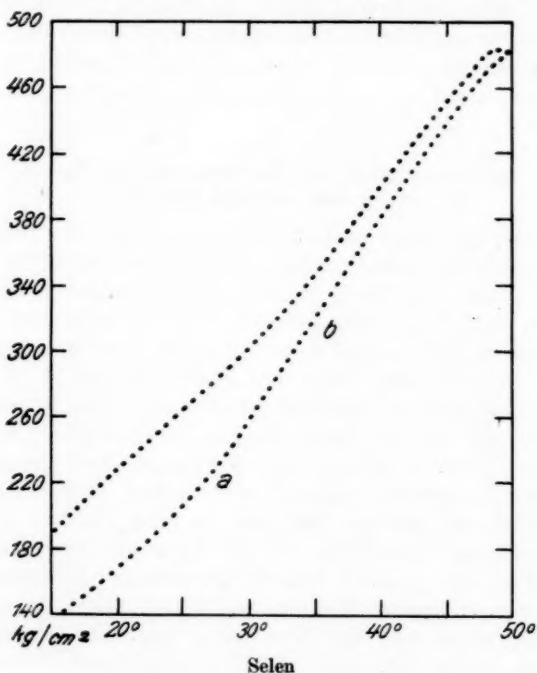
Für die  $p$ - $T$ -Linien des Selens (Fig. 5) gilt fast dasselbe. Auch hier stimmt die Temperatur des Knicks auf den  $p$ - $T$ -Linien bei kleinen Anfangsdrucken ( $30^0$ ) mit der Temperatur, bei der Selen spröde wird ( $29,8^0$ ), gut überein. Auf den beiden  $p$ - $T$ -Linien mit den höchsten Anfangsdrucken ist der Knick bei Darstellung derselben in vergrößertem Maßstabe noch zu erkennen und liegt an den durch Pfeile kenntlich gemachten Stellen.

**Die Abhängigkeit des Glasvolumens vom Druck,  
unter dem das Glas erstarrt**

Beim Erwärmen und Abkühlen ändert sich der Druck im Erweichungsintervall der Gläser auf derselben  $p$ - $T$ -Linie, wenn der Stoff bei dem Druck der betreffenden  $p$ - $T$ -Linie als Glas erstarrt war. Wenn aber der Stoff unter einem höheren Druck als Glas erstarrt ist und dann bei einem kleineren Anfangsdruck eine  $p$ - $T$ -Linie aufgenommen wird, so besteht die  $p$ - $T$ -Linie nicht mehr aus zwei sich schneidenden Geraden, sondern aus drei fast geraden Linien, die sich in den Punkten  $a$  und  $b$  schneiden (Fig. 6 und 7). Die  $p$ - $T$ -Linie, die hierauf bei fallender Temperatur bestimmt wird, weicht in dem Flüssigkeitsgebiet nur um die Differenz der Temperaturen der zu untersuchenden Flüssigkeit und des Bades ab. Im Glasgebiet verläuft sie bei erheblich höheren Drucken als die erste  $p$ - $T$ -Linie bei steigender Temperatur. Durch Erniedrigung des Druckes, unter dem das Glas zuvor erstarrte, nimmt sein Volumen bei der Erweichung im Erweichungsintervall zwischen den beiden Knickpunkten  $a$  und  $b$  schneller zu als im Glas- und sogar im Flüssigkeitszustand.

Die Drucke, um die sich die beiden  $p$ - $T$ -Linien des Glases bei steigender und bei fallender Temperatur unterscheiden, entsprechen der Volumenvergrößerung, welche bei der Erweichung des unter dem höheren Vordruck erstarrten Glases eintritt. Aus diesen Druckdifferenzen können die entsprechenden Volumendifferenzen abgeleitet werden, wenn die Drucksteigerung für eine bestimmte Kolbenverschiebung bekannt ist. In der

folgenden Tabelle sind für Selen, welches unter dem Druck von  $3000 \text{ kg/cm}^2$  erstarrt war, die Differenzen der beiden  $p$ - $T$ -Linien für mehrere Temperaturen angegeben. Von diesen Differenzen sind schon abgezogen die Druckdifferenzen, welche der Verschiedenheit der Temperatur des Selenglases und des Bades entsprechen, und aus diesen  $\Delta p$ -Werten ist dann die



Selen

Fig. 6

Tabelle 8

$t^{\circ}$	$\Delta p$ $\text{kg/cm}^2$	$\Delta v \cdot 10^4 \text{ cm}^3$ pro $1 \text{ cm}^3$
15	37	33
20	52	47
25	52	45
30	36	35

Volumenvergrößerung des unter  $3000 \text{ kg/cm}^2$  erstarrten Selen bei seiner Erweichung unter  $150 \text{ kg/cm}^2$  abgeleitet.

Für Salicinglas sind in Tab. 9 die  $\Delta p$ - und  $\Delta v$ -Werte für drei verschiedene Vordrucke angegeben. Die betreffenden Volumenänderungen  $\Delta v$  pro  $1 \text{ cm}^3$  Salicin entsprechen der Volumenvergrößerung des unter jenen Drucken erstarrten

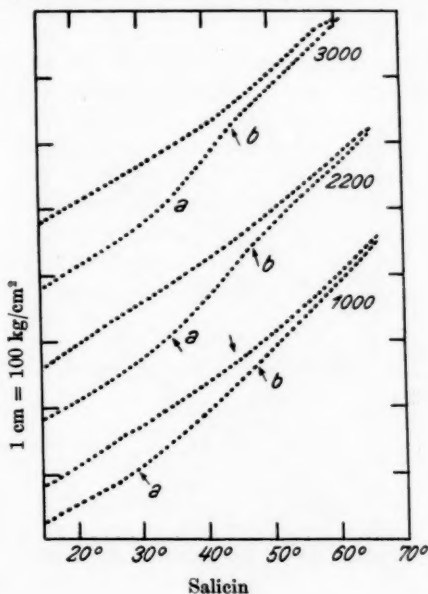


Fig. 7

Tabelle 9

Vor- druck	1000			2200			3000 kg/cm²		
	$t^\circ$	$\Delta p$	$\Delta v \cdot 10^4$	$\Delta p$	$\Delta v \cdot 10^4$		$\Delta p$	$\Delta v \cdot 10^4$	
15	52	31	Mittel gef. 34 ber. 32	77	46	Mittel gef. 47 ber. 47	92	55	Mittel gef. 54 ber. 55
20	58	35		82	49		90	54	
25	57	34		79	47		71	54	
30	52	36		71	48		79	54	
35	40	27		65	44		64	44	
40	40	28		48	33		40	28	
45	22	15		20	14		11	8	

Glases bei seiner Erweichung unter dem Druck 100 kg/cm<sup>2</sup>. Die Abhängigkeit dieser Volumenvergrößerung vom Druck wird durch die Gleichung

$$\Delta v = 0,0001 \sqrt{p}$$

annähernd wiedergegeben.

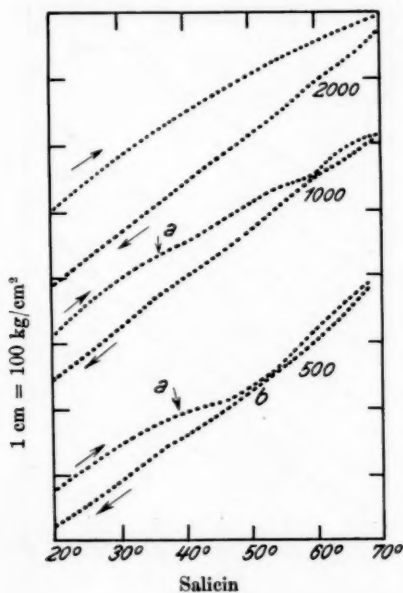


Fig. 8

Von 15—30° sind die  $\Delta v$ -Werte von der Temperatur unabhängig. Mit Annäherung an die Temperatur des Auftretens erzwungener Sprünge (43°) nehmen sie etwas ab. Schon im spröden Zustand macht sich die Neigung in den natürlichen Zustand überzugehen geltend.

Das Volumen eines bei höherem Druck erstarrten Glases nimmt bei der Erweichung unter kleinerem Druck zu; dagegen nimmt das Volumen eines unter kleinerem Druck erstarrten Glases bei seiner Erweichung unter erhöhtem Druck ab. Als Beispiel hierfür sind in Fig. 8 die  $p$ - $T$ -Linien des unter dem

Druck  $p = 1 \text{ kg/cm}^2$  erstarrten Salicingslases beim Erwärmen unter den Anfangsdrucken 500, 1000 und 2000  $\text{kg/cm}^2$  wiedergegeben. Die Erhitzungslinien bestehen wie die Erhitzungslinien des unter höherem Druck erstarrten Glases aus drei Stücken, nur ist das mittlere Stück ab zur  $T$ -Achse schwächer geneigt als die beiden anderen. Die bei sinkender Temperatur sich ergebende  $p$ - $T$ -Linie überschneidet die bei steigender Temperatur.

Leitet man für  $20^\circ$ ,  $25^\circ$  und  $30^\circ$  aus den Differenzen der beiden  $p$ - $T$ -Linien die  $\Delta p$ -Werte und aus ihnen die entsprechenden  $\Delta v$ -Werte ab, so ergeben sich für diese die in folgender Tabelle angegebenen Volumenverkleinerungen  $-\Delta v$ . Vergleicht man diese mit den Volumenvergrößerungen  $+\Delta v$ , welche bei der Erweichung des unter den Drucken 1000 und 2200  $\text{kg/cm}^2$  erstarrten Glases sich ergeben, so zeigt sich, daß die Volumenverkleinerungen  $-\Delta v$  um etwa 50 Proz. größer sind als die Volumenvergrößerungen  $+\Delta v$ .

Tabelle 10

Anfangsdruck	500		1000		2000 $\text{kg/cm}^2$	
$t^\circ$	$\Delta p$	$\Delta v \cdot 10^4$	$\Delta p$	$\Delta v \cdot 10^4$	$\Delta p$	$\Delta v \cdot 10^4$
20	55	33	69	41	126	75
25	61	36	80	48	122	73
30	54	37	78	53	129	88
35	49	33	71	48	122	83
40	40	28	52	36	112	77
45	29	20	59	41	111	77

Mittel 35

Mittel 47

Mittel

79

### Die Grenztemperatur spröder und hochviskoser Zustände

Unterhalb der Grenztemperatur ist eine lamellare Strömung nicht mehr herzustellen. Wachsen die die Strömung bewirkenden Kräfte bis zur Ribbildung im Glase an, so wird das Glas in kleine Teile zerteilt, die sich gegeneinander verschieben und so das Fließen des Glases unter erhöhtem Druck vortäuschen. Die Grenztemperatur ist also die Endtemperatur, bis zu der die Isobare der inneren Reibung reicht.

Oberhalb der Grenztemperatur sind die Teile der hochviskosen Flüssigkeit gegeneinander frei beweglich, unterhalb

ist eine schnellere Beweglichkeit ohne vorhergehende Sprungbildung nicht mehr vorhanden.

Dementsprechend darf man vermuten, daß bei der Grenztemperatur, bei der die ersten erzwungenen Sprünge auftreten, bei der also der Stoff ein sprödes Glas geworden ist, die Moleküle sich gerade gegenseitig berühren, daß also unterhalb der Grenztemperatur die Moleküle selbst feste Lagen haben, und die kinetische Energie des Glases den Schwingungen der Atome entspricht, während in der hochviskosen Flüssigkeit außer den Atomen auch die Moleküle schwingen, da ihre Berührungen zum größten Teil aufgehoben sind.

Es ist dann verständlich, warum oberhalb und unterhalb der Grenztemperatur für die Änderung des Volumens verschiedene Gesetze gelten.

Unterhalb der Grenztemperatur ist die spezifische Wärme  $C_p$  nur sehr wenig größer als die desselben Stoffes als Kristall, weil es in beiden Fällen auf eine Energiesteigerung der Atome ankommt, während oberhalb der Grenztemperatur zu dieser Energiesteigerung noch die der kinetischen Energie der Moleküle kommt, wodurch die spezifische Wärme anwächst.

#### **Die Sperrigkeit der molekularen Anordnung in Gläsern**

Das Volumen einer Flüssigkeit ist eine eindeutige Funktion der Temperatur und des Druckes. Das Volumen eines Glases aber wird um so kleiner, je höher der Druck ist, unter dem es erstarrt. Dasselbe Glas kann also bei gleichen Werten von  $p$  und  $T$  mit verschiedenem Volumen existieren, und jedes dieser Volumen ist eine eindeutige Funktion von  $p$  und  $T$ . Für die Volumen eines Glases besteht also eine Schar eindeutig bestimmter, dicht übereinander liegender Volumenflächen; auf welche dieser Volumenflächen das Glas gelangt, hängt von dem während der Erstarrung herrschenden Druck ab.

Diese Erfahrung kann auf die Sperrigkeit der Anordnung der sich berührenden Moleküle zurückgeführt werden. Mit wachsendem Erstarrungsdruck nimmt in der hochviskosen Flüssigkeit die Sperrigkeit der regellosen Molekularanordnung ab, und diese Anordnung wird bei der Erstarrung fixiert.

Auch bei der kugelförmigen Gestalt der Moleküle ist bei regelloser Packung eine gewisse Sperrigkeit vorhanden, die bei

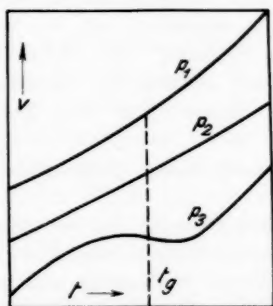
der dichtesten Packung auf Null abnimmt. Je mehr die Gestalt der Moleküle von der Kugel abweicht, desto größer wird bei regelloser Anordnung die Sperrigkeit. Die Differenz der Volumen verschiedener Gläser, die unter zwei verschiedenen Drucken erstarrten, wird also mit der Abweichung ihrer Moleküle von der Kugelform zunehmen.

### Die Steifigkeit der Moleküle

Die Funktion

$$Dv = a \cdot \Delta T + b p$$

gibt den reversibeln Einfluß der Steifigkeit der Moleküle in Abhängigkeit von  $p$  und  $T$ . Mit wachsender Temperatur nimmt



Volumenisobaren schematisch

Fig. 9

die Steifigkeit der Moleküle ab, mit wachsendem Druck nimmt sie zu.

In Fig. 9 sind für wachsende Drücke  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  drei Volumenisothen wiedergegeben. Bei der Grenztemperatur findet sich auf allen dreien ein Knick. Mit wachsendem Druck bildet sich auf ihnen ein Minimum und daher auch ein Maximum aus. Auf diesen Isobaren ändert sich das Volumen in reversibler Weise.

Wenn mit wachsender Temperatur die Steifigkeit der Moleküle im Glase abnimmt, so verkleinert sich durch ihre Verbiegungen das Glasvolumen; dadurch kommt es zu einer schnelleren Abnahme von  $d_v/dT$  des Glases als der Flüssigkeit.

Mit wachsendem Druck nimmt die Steifigkeit der Moleküle im Glase zu, die Abnahme der Steifigkeit bei Temperaturerhöhung ist also bei höheren Drucken größer als bei kleineren, und dasselbe gilt für die durch sie bedingte Volumenverkleinerung. Daher kann bei höheren Drucken  $d_p v / d T$  negativ werden. Umgekehrt werden bei der Abkühlung von der Grenztemperatur ab die Moleküle unter Volumenvergrößerung steifer, wodurch bei höheren Drucken das Gesamtvolumen zunimmt, bis es durch die Temperaturkontraktion der Moleküle kompensiert wird, worauf das Gesamtvolumen mit der Temperatur abnimmt.

Die so merkwürdige Form der Volumenfläche im Erweichungsintervall der Gläser läßt sich in großer Annäherung durch zwei Zustandsgleichungen wiedergeben. Die durch sie dargestellten Flächen schneiden sich bei der Temperatur der ersten erzwungenen Sprünge. Bei dieser Temperatur treten auch auf den Isobaren anderer Eigenschaften, wie auf denen der spezifischen Wärmen und des Brechungsexponenten Knicke auf.

Das Volumen eines Glases hängt ab vom Drucke, unter dem es erstarrt.

Zur atomistischen Deutung der reversibeln Volumenänderungen genügen zwei Annahmen, eine Änderung der Steifigkeit der Moleküle, welche mit  $T$  abnimmt und mit  $p$  wächst. Zur Deutung der irreversiblen Volumenänderung bei der Erstarrung des Glases unter verschiedenen Drucken ist eine Abnahme der Sperrigkeit der regellosen Molekularanordnung anzunehmen.

Von Bedeutung ist die Erfahrung, daß sich die Temperatur der ersten erzwungenen Sprünge im Glase bei Stoffen, die aus einer oder mehreren Komponenten bestehen, sich gleich scharf bestimmen lassen und daß in der allgemeinen Form der Volumenflächen ebenfalls kein Unterschied besteht.

(Eingegangen 22. Mai 1929)



**Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit  
unter Verwendung  
des elektrooptischen Kerreffektes  
Von Otto Mittelstaedt**

(Leipziger Dissertation umgearbeitet)

(Mit 9 Figuren)

**§ 1. Problemstellung**

Die Anordnung im klassischen Versuche Fizeaus zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit ist bekanntlich folgende: Ein Lichtstrahl wird durch eine Lücke eines Zahnrades auf einen entfernt stehenden Spiegel geworfen und von diesem wieder durch dieselbe Lücke zurückgeworfen. Der zurückfallende Strahl wird mit dem Auge beobachtet. Versetzt man nun das Zahnrad in Rotation, so wird das Licht  $n \cdot m$  mal pro Sekunde unterbrochen, wenn  $n$  die Anzahl der Zähne und  $m$  die Umdrehungszahl des Rades pro Sekunde ist. Nennen wir  $n \cdot m$  die Unterbrechungsfrequenz des Lichtes, so gibt es bei einer vorgegebenen Entfernung  $\frac{s}{2}$  ( $s$  = Lichtweg) des Spiegels vom Zahnrad eine Unterbrechungsfrequenz, bei der der Lichtimpuls, der durch die Lücke austrat, beim Zurückkommen infolge der endlichen Lichtgeschwindigkeit gerade den auf die Lücke folgenden Zahn vorfindet. In diesem Falle ist die Lichtgeschwindigkeit durch den Ausdruck

$$(1) \quad c = 2 n m s$$

gegeben, und der beobachtete Lichtstrahl hat hierbei seine minimale Intensität, wenn wir diese als Funktion der Unterbrechungsfrequenz betrachten. Weitere Minima hat er natürlich bei steigender Unterbrechungsfrequenz, wenn der Lichtimpuls nicht den neben seiner Austrittslücke befindlichen Zahn,

sondern einen entferneren antrifft, d. h. der Lichtimpuls braucht in den Minimumsfällen zum Zurücklegen des Weges die Zeit

$$\frac{1}{2nm}; \quad \frac{3}{2nm}; \quad \frac{5}{2nm} \dots \text{sec},$$

oder allgemein

$$(2) \quad \frac{2K-1}{2nm} \text{ sec}.$$

Man bezeichnet  $K$  als Ordnungszahl und spricht von einem Minimum  $K$ -ter Ordnung. Cornu(1) hat gezeigt, daß die prozentuelle Einstellgenauigkeit des Minimums bei Änderung der Unterbrechungsfrequenz direkt proportional dieser Größe  $K$  ist. Eine Erhöhung der Ordnung läßt sich außer durch steigern der Unterbrechungsfrequenz auch durch Vergrößerung des Lichtweges erreichen. Infolgedessen sind alle Versuche mit der Zahnradmethode darauf angewiesen, zur Steigerung der Genauigkeit eine möglichst hohe Unterbrechungsfrequenz und einen möglichst langen Lichtweg zu wählen. Die experimentellen Schwierigkeiten liegen deshalb in der genügend genauen Messung von Lichtwegen bis zu 40 km und in der genauen Bestimmung der Drehzahl des Zahnrades, die zur Beobachtung des Minimums dazu noch veränderlich sein muß.

## § 2. Neue Anordnung zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Im Jahre 1925 machte Karolus(2) den Versuch, die durch das rotierende Zahnrad erzeugte mechanische Lichtunterbrechung durch eine rein elektrische, trägheitslose Lichtsteuerung zu ersetzen. Durch Verwendung des elektrooptischen Kerreffektes als Lichtrelais war es möglich, die Unterbrechungsfrequenz bis zu 10 000 000 Sek. zu steigern, wodurch der für das Minimum erster Ordnung nötige Lichtweg auf 15 m herabgesetzt wurde. Die Versuche wurden vorerst mit kurzer Entfernung gemacht, um hieran die prinzipielle Brauchbarkeit der Methode zu studieren.

Im Grunde geht diese Methode auf einen Vorschlag von Des Coudres(3) aus dem Jahre 1893 zurück, mit Hilfe des Kerreffektes und der bekannten Lichtgeschwindigkeit die Frequenz Hertzscher Wellen zu messen. Nachdem es heute aber durchaus möglich ist, die Frequenz derartig rascher Schwingungen absolut zu bestimmen, stand nichts im Wege, diese

Anordnung umgekehrt zu verwenden, um die Lichtgeschwindigkeit zu messen. In der Zwischenzeit sind allerdings einige verwandte Versuche unter Verwendung des elektrooptischen Kerreffektes gemacht worden. Abraham und Lemoine(4) haben 1899 (allerdings unter der Vernachlässigung der Zeitdauer eines durch einen elektrischen Funken erzeugten Lichtblitzes) durch Einschaltung zweier Lichtwege zwischen einem Funken und einer Kerrzelle versucht, aus der verschiedenen Zeit, die das Licht zum Zurücklegen dieser beiden Wege braucht, die Trägheitsgrenze des elektrooptischen Kerreffektes zu finden. Gutton(5) hat im Jahre 1911 mit einer Anordnung, die der von Des Coudres ganz analog ist, eine Vergleichsmessung zwischen der Geschwindigkeit elektromagnetischer Wellen auf Draht und der Lichtwellen vorgenommen. Er modifizierte die Des Coudressche Anordnung nur insoweit, als er die Drahtlänge zwischen den beiden Kerrzellen änderte und dadurch eine elektrische Phasendifferenz zwischen den Spannungen an den beiden Flüssigkeitskondensatoren hervorbrachte. Den Lichtweg ließ er konstant, während Des Coudres in seinem ursprünglichen Vorschlag den Lichtweg verändern wollte. 1926 haben Pringsheim und Gaviola(6) anscheinend ohne Kenntnis der Versuche von Karolus aus dem Jahre 1925 bei Verwendung des Kerreffektes zur Messung der Abklingzeiten von Leuchterscheinungen nochmals darauf hingewiesen, daß sich mit Hilfe des Kerreffektes die Lichtgeschwindigkeit messen läßt. Gaviola hat aber nur eine Vergleichsmessung, ähnlich wie Gutton, durchgeführt und die prinzipielle Durchführbarkeit einer Lichtgeschwindigkeitsmessung nachgewiesen, aber keinerlei Frequenzmessung vorgenommen, so daß er keine Zahlenangaben über die Größe der Lichtgeschwindigkeit machen konnte. Die Versuchsanordnung von Karolus(1925) war analog der Fizeauschen Methode folgende (Fig. 1):

Das Licht wird durch einen Nicol  $N_1$  linear polarisiert in einer Polarisationsebene, die unter  $45^\circ$  geneigt ist gegen die elektrischen Kraftlinien der Kerrzellen  $K_1$ . Das Licht wird sodann in  $K_1$  entsprechend der anliegenden Spannung elliptisch polarisiert. Die Doppelbrechung ist nach Kerr

$$(3) \quad \varphi = f' \frac{V^2}{a^2} .$$

Hierbei ist

$$f' = \frac{2\pi B l}{300^2}$$

und es bedeuten  $\varphi$  die Doppelbrechung in Winkelmaß,  $B$  die Kerrkonstante,  $V$  die Spannung in Volt,  $l$  die Plattenlänge und  $a$  der Plattenabstand in Zentimeter.

Bei Wechsellspannung der Frequenz  $\nu$  gilt

$$(4) \quad \varphi = \frac{f'}{a^2} e_0^2 \sin^2(2\pi \nu t).$$

Durch  $N_2$ , dessen Polarisationssebene um  $90^\circ$  gegen  $N_1$  geneigt ist, tritt dann periodisch unterbrochenes Licht der Frequenz  $2\nu$

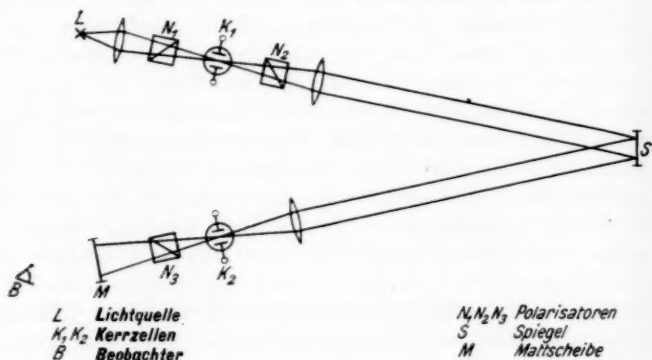


Fig. 1

aus, da infolge des quadratischen Zusammenhanges zwischen Spannung und Doppelbrechung pro Periode zwei Lichtimpulse auftreten. Die Intensität ist gegeben durch (7)

$$(5) \quad \mathfrak{I} = \frac{\mathfrak{I}_H}{2} \left( 1 - \cos f' \frac{V^2}{a^2} \right).$$

Hierbei bedeutet  $\mathfrak{I}_H$  das „Hellicht“, d. h. das maximal aus einer Kerrzelle bei Gangdifferenz  $\Delta = 0,5$  austretende Licht. Der Lichtstrahl, der durch die Sendeoptik  $N_1$ ,  $K_1$ ,  $N_2$  periodisch unterbrochen ist, tritt nun über den Spiegel  $S$  nach Zurücklegen des Weges  $s$  in die Kerranordnung  $K_2$ ,  $N_3$  ein, die erneut ein Lichtrelais darstellt, dessen Polarisator wegfallen kann, da das Licht bereits  $N_2$  linear polarisiert verläßt. Beide Kerrzellen  $K_1$  und  $K_2$  liegen parallel zu der Schwingkreiskapazität

des Röhrensenders. Die Zuleitungen zu den Zellen sind möglichst symmetrisch angeordnet, so daß die elektrischen Felder in  $K_1$  und  $K_2$  in Phase sind. Die Polarisationssebene  $N_3$  ist gegen die von  $N_2$  wieder um  $90^\circ$  geneigt. Bei konstant gehaltenem Lichtwege treten nun analog dem Fizeauschen Versuch bei Variation der Frequenz Lichtminima in  $B$  auf. Das Licht kommt um die Zeit  $\tau$  später in das zweite Relais, als es das erste verlassen hat, wobei  $\tau$  die Zeit angibt, die nötig war, um den zwischen beiden Zellen vorhandenen Lichtweg zurückzulegen. Da die Felder in beiden Zellen gleichphasig erregt werden, so ist die Phase der Spannung der beiden Zellen um die Zeit  $t_0 + \tau$  weitergelaufen, wenn der Lichtstrahl die erste Zelle zur Zeit  $t_0$  verlassen hatte. Es ist für die folgenden Betrachtungen einfacher, den Lichtweg als elektrische Phasenverschiebung  $\omega \tau$  zwischen den beiden Kerrzellen aufzufassen. Wir formulieren die folgenden Ansätze für einen Lichtweg Null und eine Phasendifferenz  $\omega \tau$  zwischen beiden Zellen, wobei  $\omega$  variabel gedacht ist.

Liegt also an der ersten Zelle die Spannung  $e_0 \sin \omega t$ , so ist die Spannung an der zweiten Zelle  $e_0 \sin \omega(t + \tau)$ , wobei  $\tau$  gegeben ist durch die Größe  $\tau = \frac{s}{c}$ . Wir können unsere Betrachtung also jetzt stets so darstellen, daß sich die Intensität des Lichtes bei  $B$  (Fig. 1) mit wechselnder Phasendifferenz ändert. Auf Grund dieser Betrachtung wollen wir zunächst die Lichtintensität für den Fall angeben, daß eine rein sinusförmige Wechselspannung an den Kerrzellen liegt. Dabei tritt auch im Minimumsfall stets Licht aus dem Analysator des zweiten Lichtrelais aus, weil ja an einer Zelle, die mit sinusförmiger Wechselspannung betrieben wird, nur unendlich kurze Zeit die Spannung 0 ist, also Sperrzeit und Durchlaßzeit erheblich verschieden sind. Die Lichtintensität Null wäre also nur erreichbar, wenn Sperrzeit und Durchlaßzeit gleich groß wären, dies wäre bei rechteckiger Spannungskurve möglich. Der Kurvenverlauf, der Wechselspannung und damit der Lichtintensität hat deshalb einen maßgebenden Einfluß auf die Einstellschärfe des Minimums. Auch bei den Zahnradversuchen hat die Form der Zähne eine große Rolle gespielt. Es ließen sich natürlich auch elektrisch rechteckähnliche Spannungs- oder Lichtkurven

darstellen, doch soll auf diesen Punkt hier nicht näher eingegangen werden, da bei der Anordnung, mit der die vorliegenden Messungen vorgenommen wurden, die Kurvenform keinen Einfluß mehr auf die Einstellungsgenauigkeit hat. Die Intensität des Lichtes wechselt also bei durchlaufender Phasendifferenz der Erregungsspannung beider Kerrzellen. Trotzdem tritt im Minimumsfalle, wie oben ausgeführt, stets Licht durch die Empfangszelle hindurch. Legt man, was aus Gründen der Betriebssicherheit notwendig ist (7), keine reine Wechselspannung, sondern eine Gleichspannung  $\mathfrak{E}_0$ , der eine Wechselspannung überlagert ist, an die Kerrzellen, so gilt die Beziehung (6) für ganzzahlige Vielfache der Vollperiode, somit

$$(6) \quad \tau = \frac{s}{c} = \frac{k}{\nu}.$$

Verläßt ein Lichtstrom

$$(7) \quad \mathfrak{I}_s \sim \frac{\mathfrak{I}_H}{2} \left( 1 - \cos \frac{f'}{a^2} \mathfrak{E}^2 \right)$$

das erste Lichtrelais, so tritt aus dem zweiten Relais

$$(8) \quad \mathfrak{I} \sim \frac{\mathfrak{I}_s}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{f'}{a^2} \mathfrak{E}^2 - P \right) \right)$$

oder explizite

$$(9) \quad \mathfrak{I}_A \sim \frac{\mathfrak{I}_H}{4} \left( 1 - \cos \frac{f'}{a^2} \mathfrak{E}^2 \right) \left( 1 - \cos \left( \frac{f'}{a^2} \mathfrak{E}^2 - P \right) \right)$$

aus, oder da für  $\mathfrak{E}$  zu setzen ist

$$(10) \quad \mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 + e_0 \sin t$$

so folgt

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{I}_A &\sim \frac{\mathfrak{I}_H}{4} \left( 1 - \cos \frac{f'}{a^2} [\mathfrak{E}_0 + e_0 \sin \omega t]^2 \right) \\ &\quad \cdot \left( 1 - \cos \frac{f'}{a^2} [\mathfrak{E}_0 + e_0 \sin \omega(t + \tau)]^2 \right). \end{aligned} \right.$$

Vorversuche ergaben mit dieser Anordnung bei erster Ordnung einen mittleren Fehler der einzelnen Messung von  $\pm 1$  Proz. Voraussetzung dieser Methode ist, daß die Amplitude der Wechselspannung sich bei Variation der Frequenz nicht ändert und daß die Intensität der Lichtquelle während der Dauer einer Messung konstant bleibt.

Eine Steigerung der Genauigkeit bei gleichzeitiger weitgehender Unabhängigkeit von den obenerwähnten Voraus-

setzungen ergab sich durch Änderung der Methode in eine Kompensationsmethode. Das Vorzeichen der elektrischen Doppelbrechung ist bekanntlich unabhängig von dem Vorzeichen der elektrischen Spannung. Bringt man aber in einen Strahlengang linear polarisierten Lichtes zwei um  $90^\circ$  gegeneinander gekreuzte Zellen, so kann man durch gleiche Dimensionierung beider Zellen die in der ersten erzeugte Doppelbrechung in der zweiten wieder aufheben (Fig. 2).

Voraussetzung ist natürlich hierbei, daß die Zellen unter  $45^\circ$  mit ihren Feldlinien gegen die Polarisationssebene des ein-

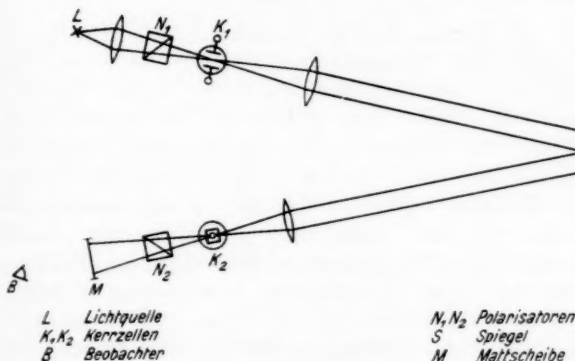


Fig. 2

tretenden Lichtes geneigt sind (8). Am zweckmäßigsten schaltet man die Kerrzellen an die gleiche elektrische Spannung und variiert den Plattenabstand der einen so lange, bis die durch die erste Kerrzelle hervorgerufene Doppelbrechung durch die zweite wieder aufgehoben ist, was man hinter dem, gegenüber der Polarisationssebene des eintretenden Lichtes um  $90^\circ$  gedrehten Analysator durch das Minimum des Lichtstromes feststellt. Auf diese Art der Kompensation hat Des Coudres die Kerrkonstanten verschiedener Substanzen untereinander vergleichen lassen (8).

Schaltet man nun aber zwischen zwei derartige Zellen einen Lichtweg ein, so wird es gewisse Phasendifferenzen geben, wo jedem momentanen Wert der Doppelbrechung der zweiten Kerrzelle für den Lichtstrahl, nachdem er den Weg *s* zurück-

gelegt hat, ein genau entgegengesetzter Wert der ersten Kerrzelle entspricht. Bei der Ausführung der Versuche betreibt man die beiden Kerrzellen mit der gleichen Wechselfrequenz und verändert deren Frequenz so lange, bis die der nötigen Phasenverschiebung entsprechende Zeit gleich der ist, die das Licht zum Zurücklegen des Zwischenweges braucht; d. h. die Frequenz muß bei konstant gehaltenem Zwischenweg einen Wert erreichen, daß die Durchlaufszeit

$$(12) \quad \tau = \frac{s}{c} = \frac{1}{\nu} \quad \text{oder allgemein} \quad \frac{k}{\nu}$$

wird.

Bei der letzten Methode handelt es sich also um eine reine Nullmethode. Ihr Hauptvorteil ist folgender: Das Minimum ist unabhängig von der Kurvenform der an den Kerrzellen liegenden Wechselfrequenz. Ferner ist das Minimum unabhängig von Schwankungen, die die Wechselfrequenz bei Variation der Frequenz erleiden kann. Schließlich ist natürlich das Minimum selber unabhängig von der Intensität der Lichtquelle. Es wird später noch gezeigt werden, daß die experimentelle Durchführbarkeit auf Schwierigkeiten stößt, was die Erreichung einer vollständigen Verfinsterung anbelangt. Es ist experimentell kaum zu erreichen, daß wirklich die Lichtintensität Null im Minimumsfalle vorliegt und es wird noch darauf zurückzukommen sein, ob Fehler dadurch entstehen können und welche Ursachen der restliche austretende Lichtstrom im Minimumsfalle hat. Experimentell hat es sich gezeigt, daß man mit dieser Methode bei der ersten Ordnung bei 360° Phasenverzögerung einen mittleren Fehler der einzelnen Messung von  $\pm 2,5$  Promille erreicht. Aus allen diesen Gründen wurde die letzte Methode ausschließlich zu den Messungen verwendet.

### § 3. Theorie der Kompensationsmethode

Im folgenden soll auf die Theorie und die Fehlermöglichkeit der zweiten Methode eingegangen werden.

Das Kerrsche Gesetz für die Abhängigkeit der Doppelbrechung von der angelegten Spannung lautet

$$(1) \quad \varphi = B' l \mathcal{E}^2.$$



Nach Ilberg gilt für den Lichtstrom wie bereits angeführt

$$(2) \quad \mathfrak{I} \sim \frac{\mathfrak{I}_H}{2} (1 - \cos 2\pi \varphi).$$

Betrachtet man jetzt einen mit Nitrobenzol gefüllten Flüssigkeitskondensator (zu den vorliegenden Messungen wurde nur Nitrobenzol verwendet), dessen elektrische Feldlinien um  $45^\circ$  gegen die Polarisationssebene des eintretenden Lichtes geneigt sind, so wird in ihm, wenn man eine Spannung

$$(3) \quad V_1 = E_0 + e_0 \sin \omega t$$

anlegt, eine Doppelbrechung

$$(4) \quad \varphi_1 = \frac{B'l}{a^2} (E_0 + e_0 \sin \omega t)^2$$

erzeugt. Stellt man nun in den aus dem ersten Flüssigkeitskondensator austretenden Strahlengang einen zweiten Kondensator, dessen Feldlinien gegen die des ersten um  $90^\circ$  geneigt sind, so wird in dem zweiten dem eintretenden Licht eine Doppelbrechung entgegengesetzten Vorzeichens erteilt wie in dem ersten. Sei nun die Spannung an der zweiten Kerrzelle

$$(3b) \quad V_2 = E_0 + e_0 \sin \omega(t - \tau)$$

und die hierdurch erzeugte Doppelbrechung

$$(4b) \quad \varphi_2 = \frac{B'l}{a^2} (E_0 + e_0 \sin \omega(t - \tau))^2,$$

so sollen die Verhältnisse so gewählt werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind

$$\int_{\omega t=0}^{2\pi} \varphi_1 dt = - \int_{\omega t=0}^{2\pi} \varphi_2 dt \quad \left| \begin{array}{l} |V_1| = |V_2| \\ |\varphi_1| = |\varphi_2| \end{array} \right.$$

In beiden Zellen muß  $l/a^2$  dasselbe sein. Die gleichen Absolutwerte für (3) und (3b) ergeben sich zwangsläufig durch Parallelschalten der beiden Kondensatoren. Betrachtet man jetzt die gesamte Elliptizität des in den Analysator eintretenden Lichtes, so folgt, da  $\varphi_1 > 0$  und  $\varphi_2 < 0$  sein soll

$$(5) \quad \varphi = \frac{B'l}{a^2} [(E_0 + e_0 \sin \omega t)^2 - (E_0 + e_0 \sin \omega(t - \tau))^2].$$

Die Größe  $\omega\tau$  ist diejenige, die variiert wird.  $\tau$  selbst ist bekanntlich gegeben als Quotient Weg durch Lichtgeschwindigkeit. Wir können dafür also den Ausdruck

$$(6) \quad \varphi = \frac{B'l}{a^2} \left[ (E_0 + e_0 \sin \omega t)^2 - \left( E_0 + e_0 \sin \omega \left\{ t - \frac{s}{c} \right\} \right)^2 \right]$$

schreiben. Aus dem Ausdruck (6) ist ersichtlich, daß es gleichgültig ist, ob ich den Weg  $s$  oder die Größe  $\omega$  verändere. Im vorliegenden Versuch, wo immer die Frequenz verändert worden ist, ist also die Größe  $\omega \tau$  geändert worden, und zwar dadurch, daß die Größe  $\omega$  geändert wurde, während  $\tau$  konstant blieb, da der Lichtweg nicht geändert wurde. Es treten also im Ausdruck (6), falls variiert wird, Minima der Doppelbrechung auf

$$(7) \quad \frac{\omega s}{c} = 0, = 2\pi, = 4\pi, = \dots 2k\pi.$$

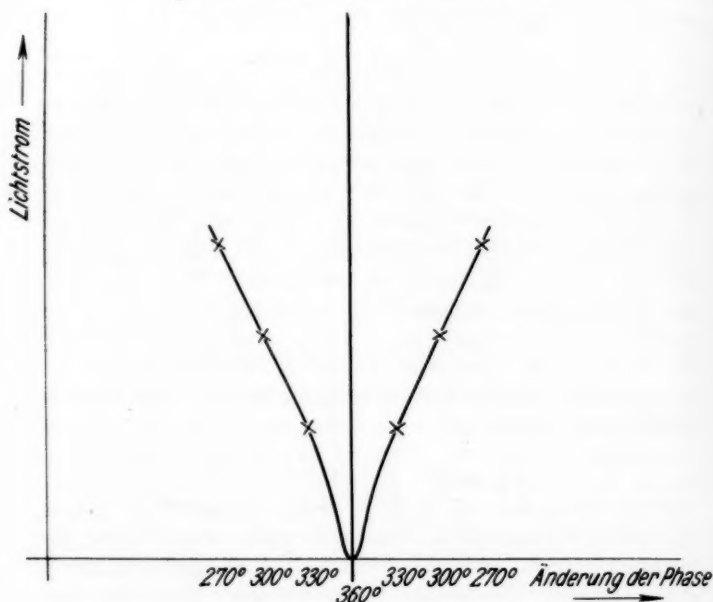


Fig. 3

Es tritt also mit steigender Phasendifferenz (oder Frequenz) eine Reihe von Minima ein.

Über die Bedeutung von  $k$  ist ja weiter vorn schon gesprochen worden.

Beobachten wir nun den aus dem Analysator austretenden Lichtstrom, so sehen wir, daß die Intensität des Lichtes in Abhängigkeit von der Doppelbrechung durch die Formel (2)

gegeben ist. Setzen wir in diese nun den in (6) gefundenen Ausdruck für  $\varphi$  ein, so folgt für die dem Beobachter wahrnehmbare Lichtintensität

$$(8) \quad \mathfrak{I} \sim \int_{\omega t=0}^{\omega t=2\pi} (1 - \cos 2\pi \varphi) dt,$$

wobei für  $\varphi$  die Gleichung (6) einzusetzen ist. Da eine allgemeine Integration des Ausdruckes nicht möglich ist, ist im folgenden ein Stück des Kurvenverlaufes angegeben (Fig. 3), der durch planimetrische Auswertung gefunden wurde (Fig. 3). Die Kurve zeigt den Anstieg des Lichtstromes beiderseits vom Minimum. Betrachten wir nochmals den Ausdruck (6), so sieht man sofort, daß eine Änderung von  $E_0$  oder  $e_0^*$  niemals die Lage des Minimums der Funktion verschieben kann, da sie gleichmäßig an beiden Zellen erfolgt. Tritt zu dem Ausdruck noch ein drittes konstantes Glied (Glasdoppelbrechung) hinzu, so wird wohl dieses die Schärfe des Minimums, nie aber seine Lage verändern können. Gleichbedeutend mit einer konstanten Doppelbrechung wäre die Doppelbrechung, die durch Inhomogenität der Doppelbrechung infolge inhomogener Feldverteilung in Nitrobenzol zustande kommt (7) und dadurch eine nicht ganz saubere Kompensation der beiden Zellen erlaubt. Auch dieser Fehler kann den Kurvenverlauf verflachen, aber niemals die Lage des Minimums verschieben.

#### § 4. Der optische Aufbau

Der gesamte optische und elektrische Aufbau gruppiert sich um zwei Kerrzellen, die in einem Eichenholzkörper um  $90^\circ$  gegeneinander geneigt eingebaut wurden. Da diese Kerrzellen aus elektrischen Gründen möglichst nahe mit dem Schwingkreis des Röhrensenders zu verbinden waren, so mußte auch die ganze Optik so gebaut werden, daß sie auf einen möglichst kleinen Raum konzentriert werden konnte. Eine 5-Amp.-Zeiss-Bogenlampe mit Uhrwerksantrieb diente als Lichtquelle. Der Krater der Bogenlampe wurde zwischen den Platten der ersten Kerrzelle abgebildet. Vor dieser war ein Polarisationsprisma eingebaut, dessen Polarisationsebene um  $45^\circ$  gegen die Feldlinien des Kondensators geneigt war. Eine Linse von 2 m Brennweite warf das aus dem Kerrkonden-

sator austretende Licht nach einer fünf- oder siebenmaligen Reflexion über eine Gesamtentfernung von etwa 250 m bzw. 330 m auf eine Linse von 1 m Brennweite, die ihren Brennpunkt zwischen den Platten des zweiten Kerrkondensators hatte. Hinter dem zweiten Kerrkondensator war wieder ein

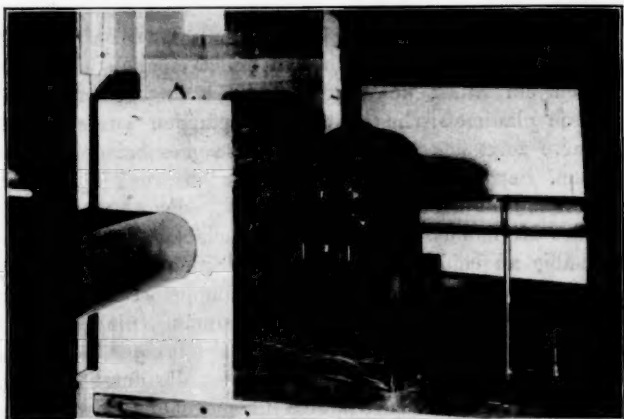


Fig. 4

Polarisationsprisma angebracht, hinter dem mittels eines Spiegels das zu beobachtende Licht auf eine Mattscheibe geworfen wurde, die in einem Beobachtungsrohr eingebaut war (Fig. 4).

#### § 5. Der elektrische Aufbau

Die an die Kerrzellen zu legende Wechselspannung muß folgenden Forderungen genügen. Da der Weg von 250 m bzw. 330 m vorgegeben war, so mußte die Frequenz nach Gl. 2, § 1  $n = \frac{c k}{s}$  sein.

Dies entspricht einer Wellenlänge von 250 m bzw. 330 m dividiert durch die Ordnung  $k$ . Der Hochfrequenzgenerator, ein Röhrensender, erlaubte die Einstellung von Wellen zwischen 80 und 40 m. Dieser Sender mußte eine innerhalb eines bestimmten Bereiches variable Frequenz haben, damit das innerhalb eines Variationsbereiches liegende Minimum des Beobachtungslichtes festgestellt werden konnte. Ferner soll

die Spannung möglichst hoch sein, damit man mit großen Plattenabständen der Kerrzellen arbeiten kann und den Vorteil kleiner Kapazitäten und großer Lichtmengen hat. Die Lichtmenge ist natürlich einerseits abhängig von den geometrischen Dimensionen der Kerrzelle, d. h. von ihrer Apertur; andererseits ist das Licht beiderseits des Minimums abhängig von der absoluten Größe der Doppelbrechung, die in den Kerrzellen erzeugt wird. Da sicherlich die Minimumeinstellung um so besser ist, je größer die beiderseits vom Minimum eintretenden Helligkeiten sind, so ist es empfehlenswert, mit den Spannungen an den Kerrzellen bei gegebenen Plattenabständen so hoch zu gehen, wie es die Durchschlagsfestigkeit des Nitrobenzols erlaubt. Es wurden Senderröhren von 1,5 kW Schwingleistung bei 4000 Volt Anodengleichspannung verwendet. Es muß natürlich außerdem den Kerrzellen die nötige Gleichspannung zugeführt werden, damit das Nitrobenzol seine Isolationsfähigkeit behält. Außerdem ist die Gleichspannung hier ebenso zweckmäßig wie bei den technischen Anwendungen des Kerreffektes, weil man auch hier durch die Gleichspannung einen steileren Bereich der Abhängigkeit der Doppelbrechung von der Feldstärke erreicht und so mit einer geringeren Steuerwechselspannung auskommt.

Im Versuchsfalle wurde bei etwa 2,5 mm Plattenabstand den Zellen eine Gleichspannung von 6000 Volt und eine effektive Wechselspannung von etwa 2000 Volt zugeführt. Der Röhrensender, dessen Einzelheiten aus dem beigegebenen Schaltbild und der Photographie zu ersehen sind, bestand aus Steuersender und Hauptsender (Figg. 5 und 6). Die Fremdsteuerung erwies sich als unbedingt notwendig, um für die Dauer einer Messung eine ausreichende Konstanz der Frequenz zu erhalten. Die Variation der Frequenz wurde durch Kapazitätsänderung gleichmäßig in Haupt- und Steuersender vorgenommen. Hierzu dienten zwei auf eine Achse montierte Drehkondensatoren (Doppelkondensator), so daß von einem Drehgriff aus die Schwingkonstanten beider Kreise gleichmäßig geändert werden konnten. Hierdurch ließ sich der notwendige Variationsbereich bei konstanter Wechselspannung erreichen.

Infolge der hohen Frequenz nahmen die Kerrzellen einen hohen kapazitiven Blindstrom auf, der für eine Zelle etwa

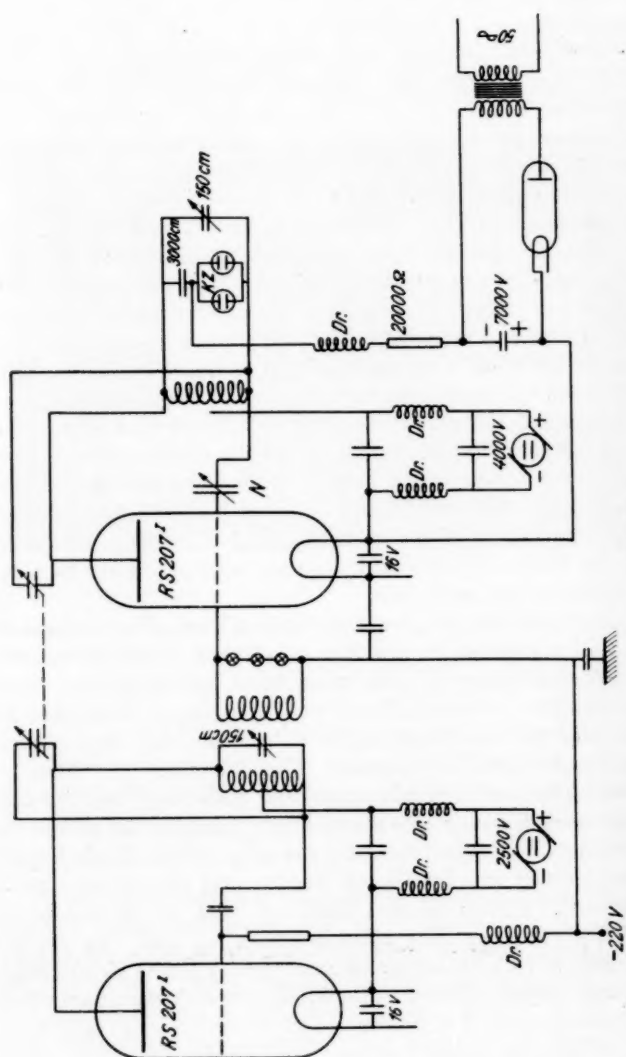
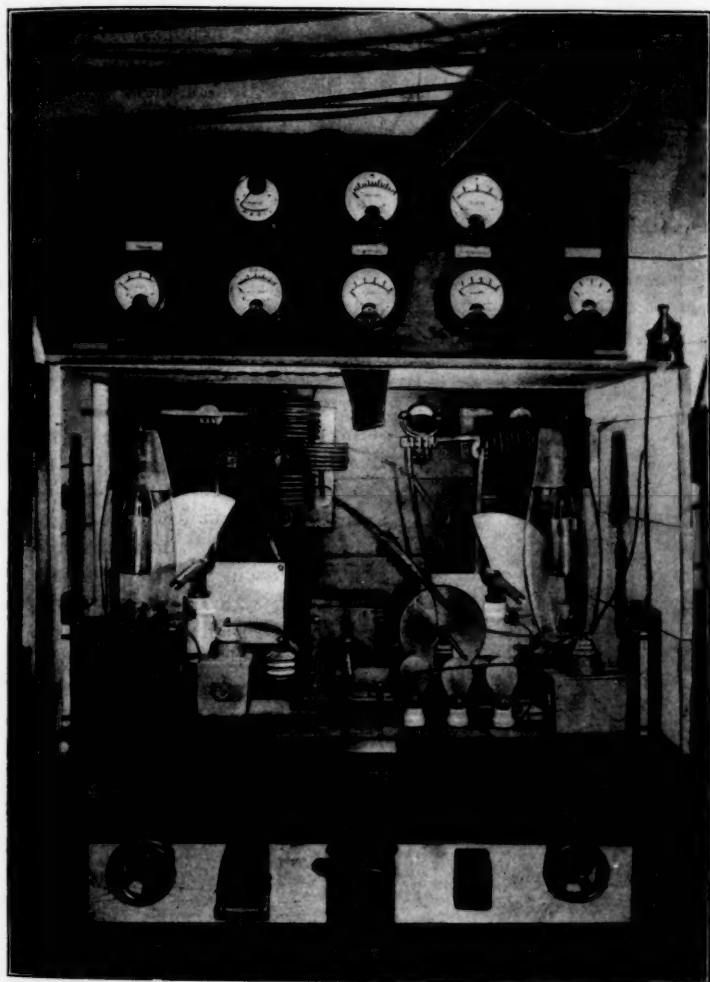


Fig. 5



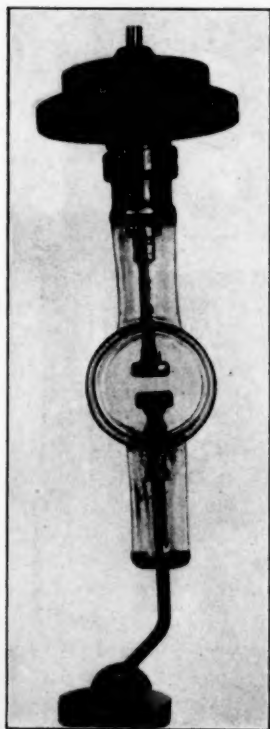
Röhrensender

Fig. 6

3 Amp. betrug (Kapazität einer Zelle etwa 50 cm); infolgedessen erwärmten sich die Zellen durch die elektrischen Verluste in kurzer Zeit erheblich. Hierdurch ist aber eine Kapazitätsänderung des Hauptsenderkreises bedingt. Diese Verstimmung des Hauptsenders bewirkt eine andere Energie-

entziehung und damit eine Frequenzänderung des Steuersenders trotz dessen Dauerbelastung mit 500 Watt und der vorgesehenen Anodenkompensation im Hauptsender (9) (Schaltbild (Fig. 5).

Durch die später zu beschreibende Frequenzmessung wurde die Wellenkonstanz des Senders dauernd geprüft. Ohne Anschluß der Kerrzellen lagen die Frequenzschwankungen auch über größere Zeiträume unterhalb 0,01 Promille. Bei Anschluß der Kerrzellen machte sich trotz der Fremdsteuerung stets ein Gang, zuweilen nach höherer, zuweilen nach tieferer Frequenz bemerkbar. Deshalb mußte der Sender auch während der Messung dauernd nachkontrolliert werden, da die Schwankungen teilweise bis in die Größenordnung der Meßgenauigkeit (0,02 Promille) der Frequenzmessung fielen. Hauptsächlich aus diesem Grunde erschien es nicht angezeigt, mit Wellenlängen unter 40 m zu arbeiten, obgleich dies durch die bei vorgegebener Entfernung erreichte



Kerrzelle  
Fig. 7

höhere Ordnung Vorteile versprochen hätte. Außerdem nahmen bei Wellen unter 40 m die durch Erwärmung der Zellen bewirkten Strömungen im Nitrobenzol derart zu, daß die Meßgenauigkeit dadurch stark beeinträchtigt wurde. Auch durften die Zellen nie zu lange hintereinander mit Hochfrequenz be-



trieben werden, da bei zu starker Erwärmung leicht ein Durchschlagen der Zellen eintrat. Natürlich war auf die Betriebssicherheit der Kerrzellen auch die Sauberkeit der Zellen und die Reinheit des Nitrobenzols von Einfluß. Als geeignetste Form der Zellen erwies sich nach langen Vorversuchen der in der nebenstehenden Fig. 7 abgebildete Zellentyp, bei dem der Flüssigkeitskondensator aus einem Glaskolben geblasen ist und keinerlei verklebte oder verschraubte Verschlüsse besitzt. Die Verstellung des Plattenabstandes erfolgte mit einer Schraubenführung und war auf  $\pm \frac{1}{100}$  mm reproduzierbar. Der Drehknopf war isoliert, damit die Abstandveränderung auch bei anliegender Wechselspannung vorgenommen werden konnte. Die Größe der Platten betrug  $20 \times 10$  mm. Der Abstand etwa 2,5 mm.

#### § 6. Die Bestimmung des Lichtminimums

Die Bestimmung des Lichtminimums kann nach einer subjektiven oder objektiven Methode erfolgen. Das subjektive Verfahren beruht auf der unmittelbaren Beobachtung des Lichtes mit dem Auge, die objektive Methode auf der photographischen Registrierung oder auf einer photoelektrischen Messung des Lichtstromes. Die objektive Methode erlaubt nicht nur, das Minimum selbst zu bestimmen, sondern gestattet noch die Registrierung der Lichtintensität beiderseits des Minimums und somit die Messung eines Teiles der Minimumkurve, woraus sich die Lage des Minimums genau bestimmen läßt. Wegen verschiedener experimenteller Schwierigkeiten wurden die vorliegenden Messungen nur mit der subjektiven Methode vorgenommen. Vor Beginn einer Messung wurde an beide Zellen Gleichspannung gelegt und der Plattenabstand der einen Zelle so lange verändert, bis die Kompensation der Doppelbrechung erreicht war. Hierauf wurde außer der Gleichspannung noch die Wechselspannung angelegt und die Frequenz des Senders so lange variiert, bis das Minimum eintrat. Infolge ungleichmäßiger Erwärmung der beiden Kerrzellen erwies es sich oft als notwendig, während der Messung nachzukompensieren, da bei Temperaturunterschieden in beiden Zellen die Doppelbrechung sich ändert. Da die beleuchtete Stelle der Mattscheibe nicht gleichmäßig hell war (7), erwies es sich oft

als zweckmäßig, ein kleines möglichst homogenes Gebiet herauszublenzen. Es hat natürlich jede Stelle des Gesichtsfeldes ihr Minimum bei derselben Frequenz und das Herausblenden dient lediglich zur Erleichterung der Beobachtung. Zur Kontrolle wurde häufig die ausgeblendete Stelle gewechselt. Sehr günstig ist es, wenn die Frequenzvariation möglichst schnell vorgenommen werden kann, denn bei langsamer Intensitätsänderung des Lichtes ist für das Auge die Beobachtung schwerer.

Selbstverständlich ist auch die gesamte Lichtmenge, die durch die Apparatur hindurchkommt, von Einfluß auf die Beobachtungsschärfe des Minimums und sowohl zu schwaches als auch zu starkes Licht können die Beobachtungsgüte herabsetzen.

Die Einstellung des Minimums selbst erfolgt in der Art, daß der Beobachter zunächst durch Drehen des Kondensators das Minimum einengt und schließlich auf einen mittleren Kondensatorwert einstellt. Diese Einstellung ist durchaus zufällig und eine große Zahl derartiger Messungen muß eine Gauss'sche Fehlerkurve ergeben. Außerdem kann hierbei leicht ein systematischer Fehler entstehen. Ist die Abhängigkeit der Frequenz des Röhrenders vom Drehwinkel des Kondensators nicht streng linear, so muß eine Unsymmetrie der Verteilung der zufälligen Einstellung eintreten. Es können sogar Fehlerverteilungskurven mit mehreren Maxima entstehen, bei denen an eine Mittelwertsbildung im Sinne von Gauss nicht zu denken ist. In § 10 werden wir hierauf nochmals zurückkommen. Jedenfalls hat sich dieser systematische Fehler, wenn er auftrat, fast immer durch geeignete Formgebung und Einstellung der Kondensatoren derart ändern lassen, daß man normale Fehlerverteilungskurven für die zufälligen Einstellungen des Minimums bekam.

Es ist auch häufig der Versuch unternommen worden, statt des Minimums selbst etwa zwei gleich helle Stellen zu beiden Seiten des Minimums einzustellen, wie es Perrotin und Prim bei ihrer Lichtgeschwindigkeitsmessung getan haben. Jedoch wurde hierbei keine größere Genauigkeit erreicht.

Die Durchführung der Messung lief nun folgendermaßen ab. Sobald der Beobachter ein Minimum eingestellt hatte, gab er ein Signal nach einem anderen Raum, wo sofort die Frequenz gemessen wurde. Während der Zeit, die zwischen dem Signal

und der definitiven Feststellung der Frequenz verstrich, wurde mit einem Überlagerer die Konstanz des Kerrzellensenders nachgeprüft.

### § 7. Wegmessung

Die für die Angabe der Lichtgeschwindigkeit maßgebenden Größen sind die Frequenz  $\nu$ , die gleich dem reziproken Wert der zum Durchlaufen des Weges nötigen Zeit ist, und der Weg selbst. Aus beiden setzt sich, wie in § 1 gezeigt,

$$c = \frac{\nu \cdot s}{k}$$

die Lichtgeschwindigkeit zusammen. Die prozentuale Genauigkeit der Kenntnis der absoluten Werte von  $\nu$  und  $s$  ist also maßgebend für den anzugebenden Fehler der Lichtgeschwindigkeit. Nach Verlassen der Sendezelle durchläuft der Lichtstrahl infolge der mehrfachen Reflexion sechs- oder achtmal eine Strecke von etwa 41,40 m. Es entstand also die Aufgabe, diese Grundstrecke zu bestimmen. Eine direkte Längenmessung auf dem Holzfußboden des Korridors, in dem die vorliegende Untersuchung durchgeführt wurde, ergab mit 6 m langen Maßstäben aus Vierkanteisen bei zehnmaligem Ausmessen der Strecke, infolge der Unebenheiten und der Störungen durch Erschütterungen, keine ausreichende Genauigkeit. Es wurde deshalb folgender Weg beschritten. Auf einem Steinfußboden wurde eine Basis von etwa 41 m festgelegt. Diese Basis wurde nach drei Methoden ausgemessen. Zunächst von uns selbst durch Aneinanderlegen von Strichmaßstäben und komparatorischer Ausmessung der Stoßstellen, dann durch Aneinanderlegen von Endmaßstäben durch das Vermessungsamt der Stadt Leipzig und schließlich durch ein unter definierter Temperatur und definiertem Zug angelegtes Stahlmeßband, das durch die Physikalisch-Technische Reichsanstalt nachgeeicht wurde. Die Resultate, die sich hierbei ergeben haben, sind folgende:

Eigene Messung mit 2-m-Strichmaßstäben angeschlossen an Messingnormalmaße der Phys.-Techn. Reichsanstalt	41,386 m $\pm$ 0,5 mm
Vermessungsamt der Stadt Leipzig mit Endmaßstäben aus Messing . . . .	41,38705 m $\pm$ 0,083 mm
Vermessungsamt der Stadt Leipzig mit Endmaßstäben aus Holz . . . .	41,38610 „ $\pm$ 0,060 „
Vermessungsamt d. Stadt Leipzig, Mittel	41,3866 „ $\pm$ 0,7 „
Bandmaß P.-T. R. 76 . . . . .	41,385 „ $\pm$ 0,8 „

Es wurde deshalb ein Mittel von  $41,386 \text{ m} \pm 0,5 \text{ mm}$  für die Steinbasis angenommen, d. h. der Fehler beträgt rund  $\pm 0,01$  Promille.

Hierzu ist noch zu bemerken, daß unsere eigenen Strichmaßstäbe von 2 m Länge an zwei von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeichte Maße, Strichmaßstäbe von 1 m, angeschlossen wurden.

An diese Steinbasis, deren Länge nunmehr ausreichend bekannt war, wurde ein Stahldraht mit Hilfe von Marken angeschlossen. Der Stahldraht befand sich, unter einem Zug von 20 kg frei hängend, an seinen Enden über Rollen geführt und konnte, nachdem seine Temperatur elektrisch aus dem Widerstand bestimmt war, als ausreichend genaues Standardmaß für die Entfernungsmessung verwendet werden. Dieser Draht wurde ebenso frei hängend etwas oberhalb des Lichtweges angebracht. Dadurch war es möglich, die Lage der einzelnen Spiegel und Kerrzellen direkt auf den Draht zu beziehen. Ferner konnte sofort nach jeder Messung eine Kontrolle der Entfernung vorgenommen werden, indem man die Spiegelabstände in bezug auf die Marken des Stahldrahtes prüfte und die Temperatur des Stahldrahtes aus seinem Widerstand in einer Brückenanordnung bestimmte. Natürlich wurde bei den einzelnen Messungen der Steinbasis auf konstante Temperatur derselben geachtet. Durch die Beziehung der ganzen Entfernungsmessung auf den Stahldraht wurden wir weitgehend unabhängig von den undefinierbaren Verhältnissen des Holzfußbodens des Obergeschosses. Die Daten des verwendeten Stahldrahtes waren folgende:

Stahldraht (Klaviersaite) 0,8 mm Durchmesser.

Widerstand von 1 m bei 20 kg Zug bei  $17,6^\circ$ : 0,3743 Ohm.

Temperaturkoeffizient des Widerstandes  $3 \cdot 10^{-3}$  pro Grad.

Ausdehnungskoeffizient (thermischer)  $12 \cdot 10^{-6}$  pro Grad.

Mithin entspricht bei einem Draht von etwa 40 m Länge 0,01 Ohm Widerstandsänderung einer Erwärmung von  $0,2^\circ \text{ C}$  und einer Verlängerung des Drahtes um 0,1 mm.

An der mit Hilfe des Drahtes bestimmten Länge sind nun noch Korrekturen anzubringen. Diese sind einerseits gegeben durch die Änderung der Lichtgeschwindigkeit beim Durchlaufen der Glasschichten (Linsen, Kerrzellen) und des

Nitrobenzols, andererseits durch den Luftdruck. Es ist zweckmäßig, diese beiden Einflüsse gleich durch eine Wegkorrektion zu berücksichtigen, so daß die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum das Produkt aus „wirksamer“ (korrigierter) Weglänge und Frequenz ist. Anliegend eine Zusammenstellung der Korrekturen, wie sie für den Weg von 250 m angesetzt wurden:

1. Zusatz durch Linsen. Glasdicke insges. 34,3 mm	
Br.-Exp. etwa 1,6 ergibt . . . . .	21 mm
2. Zusatz durch Nitrobenzol. Nitrobenzollänge (zwei halbe Zellen) ist 21 mm, bei Br.-Exp. 1,55 ergibt	12 mm
3. Zusatz durch Luft. Br.-Exp. der Luft bei 750 mm und $t = 15^\circ$ ist 1,000273, ergibt bei 250 m . .	68 mm
	<hr/> 101 mm

Sämtliche Einflüsse vermindern die Lichtgeschwindigkeit; der „wirksame“ Weg ist also länger anzusetzen als der gemessene.

Der gesamte Lichtweg ist nun noch in seinem Anfang und Ende zu definieren. Der Anfang des Lichtweges ist die Mitte der ersten Kerrzelle, das Ende die Mitte der zweiten. Daß dies richtig ist, ist aus folgendem Umstand zu ersehen. Der Lichtstrahl, der in die erste Zelle eintritt, braucht zum Durchlaufen der Sendezelle eine gewisse Zeit. Er muß nun im Minimumsfalle in der Empfangszelle genau dieselben Spannungsverhältnisse von Punkt zu Punkt der Zellenlänge vorfinden wie in der Sendezelle. Es müssen also zwischen Eintritt in die Sendezelle und Eintritt in die Empfangszelle genau  $K$  Perioden verstrichen sein. Infolgedessen ist im folgenden der Weg von Mitte zu Mitte der Kerrzellen gerechnet, was demselben entspricht, wie wenn man ihn von Anfang zu Anfang der Kerrzellen angeben würde. Voraussetzung ist hierbei natürlich, daß keine elektrische Phasendifferenz zwischen den beiden Kerrzellen besteht. Dies wurde durch eine möglichst symmetrische Zuführung der Wechselspannung zu den beiden Zellen erreicht, so daß sicherlich durch die elektrische Leitungsführung kein Fehler zu erwarten ist, der von der Größenanordnung der Fehler des anzugebenden Endresultates ist.

Die Ungenauigkeit der gesamten Entfernungsmessung ist durch zwei Punkte gegeben. Einmal läßt sich die Mitte der Kerrzellen nur auf 1 mm genau angeben, da die Elektroden-

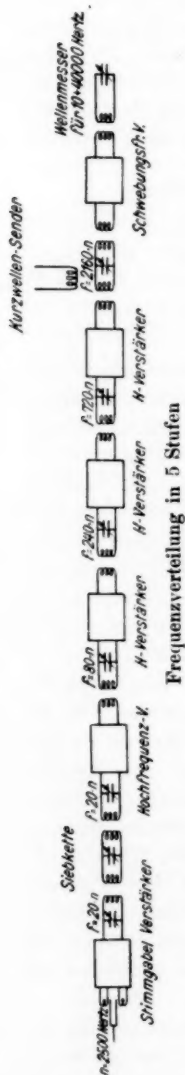


Fig. 8

konstruktion der benutzten Zellen nicht so einwandfrei war, daß die geometrische Mitte mit der optisch wirksamen Mitte zusammenfällt. Ein zweiter Fehler kommt dadurch in die Entfernungsmessung, daß die fünf Spiegel, die bei der mehrfachen Reflexion nötig sind, Neigungswinkel gegeneinander haben. Hierbei ist es schwer anzugeben, wenn man einen endlich ausgedehnten Lichtschein auf dem Spiegel hat, welcher Punkt des Spiegels für die Entfernungsberechnung in Anrechnung gebracht werden soll. Dies ist besonders schwer, wenn ein Spiegel zu einer zweimaligen Reflexion verwendet wird, da sich dann die beiden Lichter überdecken. Infolge der hierdurch möglichen Fehler konnte die gesamte Weglänge von 250 m nicht genauer wie auf  $\pm 1$  cm und die gesamte Weglänge von 330 m nicht genauer wie auf  $+ 1,2$  cm angegeben werden. Der Fehler der Wegbestimmung beträgt also 0,04 Promille.

### § 8. Frequenzmessung

Das zweite Grundelement für die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit ist die Frequenz der an den Kerrzellen liegenden hochfrequenten Wechselspannung. Die Frequenz muß absolut gemessen werden mit Hilfe einer Methode, die die Zurückschaltung der Periodenzahl auf die Zeiteinheit gestattet. Die Frequenz des Röhrendsenders wurde dazu an die bekannte Frequenz einer Stimmgabel angeschlossen. Die Frequenz der Stimmgabel kann, wie dies näher in der Dissertation von Hensel (13) beschrieben ist, mit Hilfe von Zählwerken genügend genau, im vorliegenden Falle auf

0,01 Promille bestimmt werden. Um den Vergleich der Stimmgabel mit dem Röhre sender durchzuführen, siebt man aus der absichtlich verzerrten Stromkurve mittels Resonanzkreisen eine Oberschwingung der Stimmgabel heraus, verstärkt diese, verzerrt wieder und siebt nochmals aus dieser eine Oberschwingung aus und erreicht so, indem man jedesmal die dritte bis fünfte Oberschwingung der vorangegangenen Stufe heraussiebt, schließlich eine Frequenz, die nahe der Frequenz des zu messenden Röhrensenders liegt. Die Differenz zwischen dieser Oberschwingung und der Schwingung des Röhrensenders bestimmen wir dann aus der Schwebungsfrequenz der beiden. Durch entsprechende Auswahl der Stimmgabeloberfrequenz wurde diese Differenzfrequenz auf den Bereich 10000—30000 Per.-Sek. eingestellt und mittels eines niederfrequenten Resonanzkreises gemessen. Letzterer wurde natürlich seinerseits mit Hilfe einer Stimmgabel in absoluten Frequenzen geeicht. Die Stimmgabel war elektrisch angetrieben in der Art, wie sie heute in der Technik für Synchronisierung üblich ist, und ist in der bereits angeführten Dissertation von Hensel beschrieben.

Die Meßanordnung zur Frequenzbestimmung befand sich in einem besonderen Raum und wurde von einem anderen Beobachter bedient.

Um für die Frequenzmessung noch eine Kontrolle zu haben, wurde oft außerdem noch die Oberschwingung eines piezo-elektrischen Quarzes zur Messung verwendet. Stets wurde aber die Frequenz des Senders an einem Überlagerer, der auf hörbaren Schwebungston eingestellt wurde, geprüft, so daß man dauernd die Frequenzkonstanz und etwaige Unregelmäßigkeiten des Senders feststellen konnte.

Tabelle 1

Lichtweg m	Ordnung	Grundfrequenz Per.-Sek.	Ver- vielfachung	Stimmgabel- oberfrequenz Per.-Sek.
332,813	8	2511,5	2880	7 233 200
250,044	4	2506,4	1920	4 812 300
332,813	5	2511,5	1800	4 520 800
332,813	4	2511,5	1440	3 616 600
250,053	3	2506,5	1440	3 609 400

In der vorstehenden Tab. 1 ist angegeben, was für Stimmgabeln und welche Oberschwingungen bei den einzelnen Messungen verwendet wurden.

Die Frequenzdifferenz ist auf etwa  $\pm 200$  Hertz genau bekannt. Die Genauigkeit der Angabe der Frequenz ist durch diese Fehlergrenze bestimmt, so daß auch die Frequenz der einzelnen Messungen auf  $\pm 200$  Hertz genau angegeben werden kann.

### § 9. Zahlenmaterial

Das in Tab. 2 niedergelegte Zahlenmaterial enthält insgesamt fünf Meßreihen, über die im folgenden kurz einiges gesagt werden soll.

Tabelle 2

Lichtweg m      mm	Ordnung	Frequenzmittel Per.-Sek.	Anzahl der Messungen	c Vak. km/sec
I 250,053 $\pm$ 10	3	3 596 570	108	299 778
II 250,044 $\pm$ 10	4	4 795 700	295	299 784
III 332,813 $\pm$ 12	4	3 603 130	130	299 791
IV 332,813 $\pm$ 12	5	4 503 436	117	299 761
V 332,813 $\pm$ 12	8	7 205 614	125	299 760

Gesamtergebnis: 299 778 km/sec  $\pm$  20 km/sec.

Zur besseren Übersicht über die einzelnen Ablesungen sind die Werte graphisch in dem Kurvenblatt aufgetragen worden, und zwar derart, daß die Frequenzwerte, die sich zwischen den Zahlen von 10000—30000 Hertz bewegen, stets auf volle 1000 Hertz abgerundet wurden. Es ergibt sich dadurch eine sehr einfache Übersicht über die Fehlerverteilung der Einzelmessungen des Minimums.

Außerdem zeigen die Kurven anschaulich, welche Genauigkeit mit den verschiedenen Frequenzen und Ordnungen erreicht wurde. Die Kurven 1—5 zeigen eine verhältnismäßig symmetrische Verteilung der Werte um ein Maximum und gestatten daher ohne weiteres die Bildung eines arithmetischen Mittelwertes als den Wert, dem die größte Wahrscheinlichkeit zukommt.

Den genauesten Wert ergibt die letzte Fehlerverteilungskurve (8. Ordnung 40 m), weil da die Messung mit der höchsten Ordnung vorgenommen worden ist. Eine Ausrechnung nach



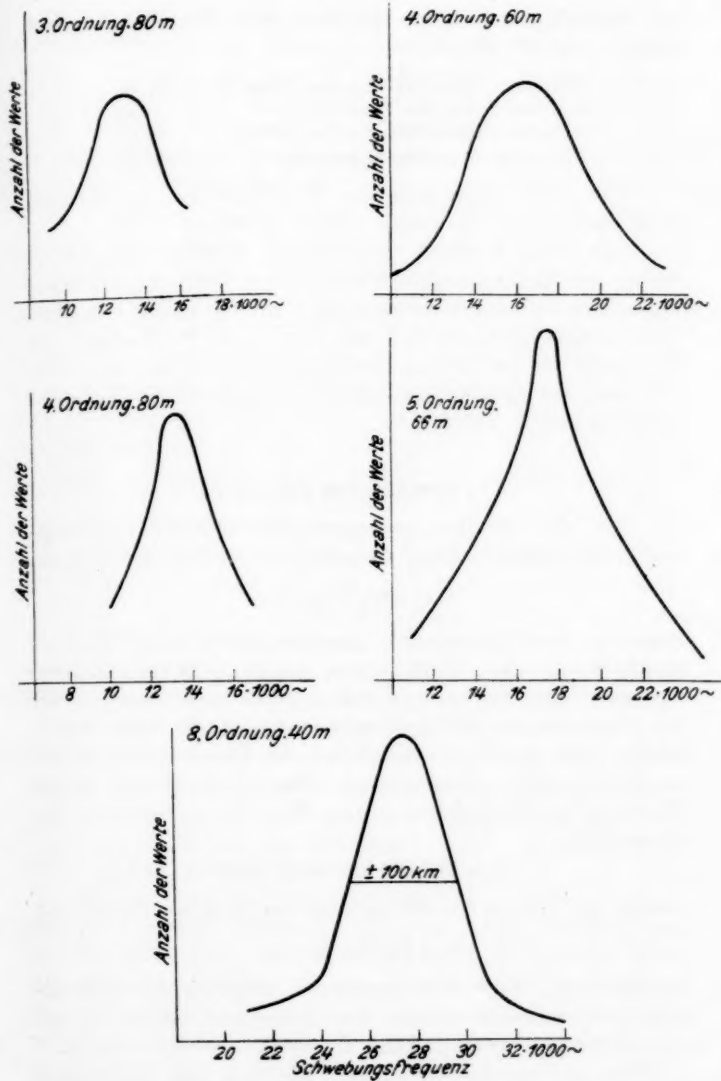


Fig. 9

der Methode der kleinsten Quadrate ergibt für diese 125 Messungen folgende Resultate:

Mittlerer Fehler der einzelnen Messung	$\pm 100$ km
mittlerer Fehler des Resultates . . . .	$\pm 9$ km
wahrscheinlicher Fehler des Resultates .	$\pm 6$ km
vorkommende größte Abweichung . . . .	$\pm 240$ km.

Die größte Abweichung der Mittelwerte der verschiedenen Meßreihen beträgt in obiger Tabelle  $\pm 28$  km.

Ein kurzer Vergleich der einzelnen Kurven zeigt, daß die Breite des Minimums beim Übergang von der vierten Ordnung zur achten Ordnung sich tatsächlich auf die Hälfte verringert. Auch zeigen die Kurven 1 und 3 bei einer Wellenlänge den Übergang von der dritten zur vierten Ordnung und man sieht, daß auch bei diesem Übergang die Genauigkeit des Minimums größer geworden ist (Fig. 9).

#### § 10. Gesamtmittel und Schluß

Aus den in der vorangegangenen Tabelle zusammengestellten Meßreihen kann man als Gesamtmittel den Wert von

$$c = 299778 \text{ km/sec}$$

angeben. Die Fehlergrenze, innerhalb deren dieser Wert als gesichert angesehen werden kann, soll zu  $\pm 20$  km angegeben werden. Dieser Fehler setzt sich hauptsächlich zusammen aus der Ungenauigkeit der Entfernungsmessung, die 0,04 Promille beträgt, und aus der Ungenauigkeit der Frequenzmessung, die zu 0,02 Promille anzusetzen ist. Zum Vergleich mit diesem Werte seien die Ergebnisse von Michelsons optischer Bestimmung(11)

$$c = 299796 \text{ km/sec} \pm 4 \text{ km}$$

und die der elektrischen Bestimmung von Rosa und Dorsey(12)

$$c = 299790 \text{ km/sec}$$

herangezogen. Für einen genaueren Vergleich der Genauigkeiten der vielen Messungen der Lichtgeschwindigkeit sei auf eine kürzliche Veröffentlichung des Verfassers verwiesen(10).

Die vorliegenden Messungen, die sich zum Ziel gesetzt hatten, festzustellen, welche Genauigkeit sich mit dieser Methode

erreichen läßt, erlauben nun eine weitgehende Aussage über die Maßnahmen, die man auf Grund der gewonnenen Erfahrungen ergreifen muß, um die bisherigen Messungen auf einen höheren Grad von Genauigkeit zu bringen. Die wichtigste Frage ist die der zu verwendenden Entfernung. Der größte in den vorliegenden Messungen benutzte Lichtweg von 330 m gestattet die Anwendung der achten Ordnung als Meßreihe der höchsten Genauigkeit (bei einer Welle von etwa 40 m). Es würde sich kaum empfehlen, die Frequenz noch höher wie 7000000 zu wählen, da bereits hierbei die Unruhe im Gesichtsfeld sehr störend wirkt. Infolgedessen wäre die Wahl eines großen Lichtweges das einfachste Mittel, um die Genauigkeit zu steigern. Bei den vorliegenden Versuchen wurde von einer noch öfteren Reflexion abgesehen, weil dabei die Lichtverluste sehr groß wurden und auch die Elliptizität des Lichtes durch den schiefen Einfall auf die Spiegel sich änderte, wodurch die Einstellgenauigkeit auch wieder herabgesetzt wird. Aus diesem Grunde wäre anzustreben, einen ungefähr zehnmal so großen Lichtweg zu wählen und möglichst mit einmaliger Reflexion den Lichtweg herzustellen. Es würde dann die Bestimmung sicher mit der zehnfachen Genauigkeit möglich sein. Daß dabei an eine besser definierte Entfernung wie die eines Holzfußbodens gedacht werden muß, ist wohl selbstverständlich. Ein anderer Punkt, der bei den vorliegenden Messungen Schwierigkeiten bereitet hat und bei einer Steigerung der Genauigkeit besondere Beachtung verdient, ist die Frage der Frequenzkonstanz des Röhrensenders. Es ist an sich naheliegend, daß man lieber einen Röhrensender konstanter und nicht variabler Frequenz wählt und zur Einstellung des Minimums die Länge des Lichtweges ändert. In dieser Richtung liegende Versuche bei der Verwendung von zwei Kerrzellen haben gezeigt, daß eine Variation des Weges durch Ändern eines Spiegelabstandes kaum so sauber durchzuführen ist, daß nicht schon durch die Änderung der Spiegellage allein die Lichtintensität sich ändert. Ferner wird man wohl in einer verbesserten Messung eine objektive Lichtstrommessung anwenden. Es würde dann möglich sein, durch Aufnahme der Funktion des Lichtstromes in Abhängigkeit von der Frequenz den wirklichen Wert der Lichtgeschwindigkeit mit

größerer Genauigkeit aus dem photometrisch gewonnenen Kurvenverlauf zu bestimmen. Die Fortführung der Messungen in oben besprochenem Sinne ist beabsichtigt.

#### Literatur

- 1) A. Cornu, *Ann. de l'Obs. de Paris* **13**. 1876.
- 2) *Leipziger Ber. d. Sächs. Akad.* 1925, Sitzung vom 7. Dez. 1925.
- 3) Des Coudres, Einige Bemerkungen über elektrische Doppelbrechung. *Verh. d. Deutschen Naturforscher u. Ärzte* **2**. S. 67. 1893.
- 4) H. Abraham u. G. Lemoine, *Compt. rend.* **129**. S. 206. 1899.
- 5) C. Gutton, *Compt. rend.* **152**. S. 685 u. 1089.
- 6) A. v. Hippel, *Ztschr. f. Phys.* **35**. S. 748. 1926; **52**. S. 853. 1927; *Ann. d. Phys.* **81**. S. 681. 1926.
- 7) W. Ilberg, *Physik. Ztschr.* **29**. S. 670. 1928.
- 8) H. W. Schmidt, *Göttinger Dissertation* 1901.
- 9) W. Kummerer, *Elektr. Nachr. Technik* **3**. S. 408. 1926.
- 10) O. Mittelstaedt, *Physik. Ztschr.* **30**. S. 165. 1929.
- 11) A. A. Michelson, *Astrophys. Journ.* **65**. S. 1. 1924; **60**. S. 265. 1927.
- 12) E. B. Rosa u. N. E. Dorsey, *Bull. Bur. of Stand.* **3**. S. 433. 1907.
- 13) W. Hensel, *Physik. Ztschr.* **30**. S. 274. 1929.

(Eingegangen 22. April 1929)

## *Über Ionenstrahlen* *Von Martin Zentgraf*

(Gekürzte Dissertation Münster i. W.)

(Mit 11 Figuren)

### I. Einleitung

Wie G. C. Schmidt<sup>1)</sup> nachgewiesen hat, wächst die Stromstärke bei den Ionenstrahlen mit steigender Spannung anfangs geradlinig, darauf folgt Sättigung und schließlich wieder Zunahme der Stromstärke infolge von Stoßionisation. Die Sättigung tritt bei sehr kleiner EMK. auf, bei  $\text{CdJ}_2$  und den Zinkhalogensalzen bei etwa 4 Volt. Die Versuche von G. C. Schmidt sind im allgemeinen nur bei einer Temperatur und bei einem Druck, der zudem noch ziemlich hoch war (4—5 mm), angestellt worden. Meine Aufgabe war es, die Beziehungen zwischen EMK. und Strom bei den verschiedensten Temperaturen und Drucken festzulegen.

Wie G. C. Schmidt<sup>2)</sup> weiter gefunden hat, werden die ersten Ladungen bei einer Spannung von ungefähr —1 Volt ausgesandt. Diese Erstenergie hängt aber, wie er selbst anführt, von der Temperatur ab. Meine Aufgabe bestand weiter darin, diese Verhältnisse aufzuklären.

### II. Die Versuchsanordnungen

#### 1. Die Versuchsanordnung I

Gegen die Versuchsanordnung von G. C. Schmidt läßt sich ein gewichtiger Einwand erheben. Die Anordnung bestand darin, daß ein langer, dünner Platindraht, welcher mit dem zu untersuchenden Salz bedeckt war, durch eine isoliert aufgestellte Batterie von 20—30 Volt geheizt wurde. Mit Hilfe

1) G. C. Schmidt, *Ann. d. Phys.* **75**. S. 354. 1924.

2) *a. a. O.* S. 355.

einer zweiten Batterie konnte Spannung an den Draht gelegt werden. Ein Metallzylinder, der mit dem Elektrometer verbunden war, fing die Ionen auf, und aus den Ausschlägen des Elektrometers ließ sich die Stromstärke ermitteln. Wegen der hohen Spannung der Heizbatterie ist das Potentialgefälle

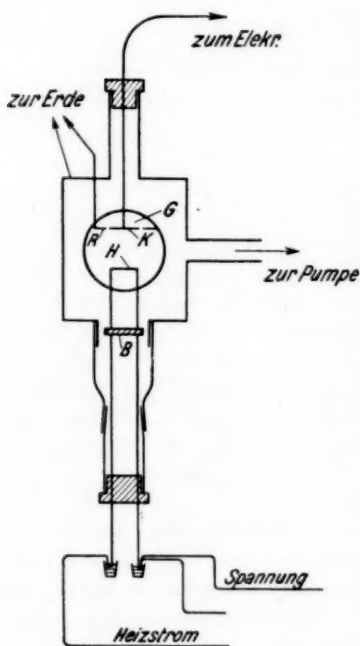


Fig. 1

längs des Platindrahtes groß; die eine Hälfte des Drahtes hat ein positives, die andere ein negatives Potential. Selbst wenn mit der zweiten Batterie ein kleines negatives Potential an den Draht gelegt wird, so wird eventuell das positive Potential doch nicht ganz kompensiert; hierdurch kann der Befund, daß auch bei kleinen negativen Potentialen Ionen emittiert werden, vorgetäuscht sein, während sie in Wirklichkeit von den positiv geladenen Stellen des Drahtes ausgehen. Um diese Fehlerquelle zu vermeiden, mußte der Apparat umgebaut und vor allem der Heizdraht sehr kurz gewählt werden, so daß das Potentialgefälle auf ihm klein wurde.

Die Fig. 1 zeigt den Apparat. Die zur Erde abgeleitete Messingzelle — etwa 11 cm lang und mit einem Durchmesser von ungefähr 8 cm — hatte in der Mitte zwei gegenüberliegende Glasfenster *G*. Der Heizdraht *H* bestand aus 0,2 mm dickem und 2,15 cm langem Platindraht. Die Ionen wurden auf der Kreisscheibe *K* aufgefangen, die durch eine elektrostatisch geschützte Leitung mit einem gleichfalls allseitig elektrostatisch geschützten Elektrometer verbunden war. Bei Aufhebung eines Erdschlusses lud sich das Elektrometer, wenn das Salz Ionen aussandte, auf. Die Kreisscheibe umgab der zur Erde

abgeleitete Messingring *R*. Der Platinheizdraht wurde in dicken Platinstäben, die oben eingekerbt waren, befestigt. Die letzteren endeten in dicken Kupferstäben, die zu der Heizbatterie führten. Mit Hilfe des Schliffes konnte dieser Teil leicht herausgenommen und gereinigt, bzw. die Salze auf den Draht gebracht werden. *B* ist ein Bernsteinstück, das die Kupferstäbe in der gewünschten Lage hält.

Die Temperaturbestimmung geschah in der Weise, daß man auf den Platindraht nacheinander kleine Mengen verschiedener Substanzen mit bekannten Schmelzpunkten brachte und die Stromstärken bestimmte, bei denen gerade das Schmelzen eintrat. Es wurden folgende Salze zur Eichung benutzt:  $\text{NaNO}_3$  (Schmelzpunkt  $314^\circ$ ),  $\text{CdJ}_2$  ( $387^\circ$ ) und  $\text{AgCl}$  ( $455^\circ$ ). Aus der Eichkurve konnte man auf die zu einer bestimmten Stromstärke gehörende Temperatur schließen. Da der Schmelzpunkt und somit auch die Temperatur in hohem Maße von dem Gasdruck abhängt<sup>1)</sup>, und die Versuche bei Drucken von  $1 \cdot 10^{-4}$  bis 100 mm erfolgten, so wurde für jeden Druck, bei dem Versuche ausgeführt wurden, besonders geeicht. Da Leuchtgas die Wärme stärker ableitet als Stickstoff und Versuche in beiden Gasen ausgeführt wurden, so erfolgte auch hier die Eichung gesondert. Für jedes Salz wurde, um auch Spuren von Verunreinigungen durch früher verwendete Salze zu vermeiden, neuer Platindraht von genau derselben Länge und Dicke von der gleichen Platinrolle genommen und durch den Schmelzpunkt des zu untersuchenden Salzes und Beginn des Glühens des reinen Drahtes für die verschiedenen Drucke die Temperaturen kontrolliert.

Diese Methode der Temperaturbestimmung ist nicht sehr genau. Da es aber bei meiner Arbeit weit mehr auf das Konstanthalten der Temperatur ankam als auf absolute Genauigkeit der Temperaturbestimmung und dies bei meinen Versuchen durch Regulierung von Widerständen sehr gut möglich war, ist die nicht ganz einwandfreie Temperaturbestimmung ohne wesentliche Bedeutung.

Die Heizung erfolgte durch eine isoliert aufgestellte Akkumulatorenbatterie parallel geschalteter Akkumulatoren

1) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 75. S. 339. 1924.

mit 2 Volt. Es wurde die Spannung so niedrig wie möglich gewählt, damit der Spannungsabfall in der Leitung, insbesondere auf dem Heizdraht, ein Minimum wurde, und das Potential des Heizdrahtes gegen Erde durch den Heizstrom sich leicht nachrechnen und nachmessen und für die Versuche mit niedrigsten Spannungen berücksichtigen ließ.

Die Fig. 2 gibt das Leitungsschema. War der Heizstrom  $L$  eingeschaltet, so blieb Punkt  $B$  (oder  $C$ ) noch bis zu Beginn des Versuchs geerdet. Der Spannungsabfall auf der

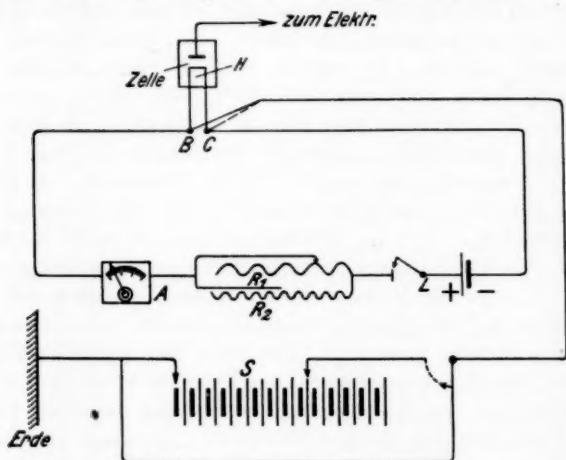


Fig. 2

ganzen Leitung wurde bei dem durch die verschiedenen Drucke bedingten Stromstärken gemessen und es konnte, da Punkt  $B$  (oder  $C$ ) das Potential  $0$  gegen Erde hatte, das Potential an jeder beliebigen Stelle nachgerechnet werden. Der Heizdraht zeigte auf seiner ganzen Länge bei  $p = 1 \cdot 10^{-4}$  mm und den Versuchstemperaturen einen Spannungsabfall von 0,3 Volt, bei  $p = 100$  mm einen Abfall von 0,5 Volt, im Mittel also 0,4 Volt. Dann hat, da der restliche Spannungsabfall auf die Regulierwiderstände  $R_1$  und  $R_2$ , das Amperemeter  $A$  und die Leitung auf dieser Seite entfällt, bei Erdung des Punktes  $B$  die Mitte des Heizdrahtes ein Potential von  $-0,2$  Volt gegen Erde, bei Erdung des Punktes  $C$  ein Potential von  $+0,2$  Volt gegen



Erde. Die an den Heizstromkreis angelegten Spannungen durch die Batterien *S* nach Aufhebung der Erdung addieren sich hierzu. Für Potentiale bis 30 Volt wurden in Reihe geschaltete Akkumulatoren und darüber hinaus bis 1900 Volt der städtische Strom von 220 Volt und eine große Anzahl von Trockenbatterien hintereinander geschaltet benutzt.

Mit ein paar Worten muß ich noch auf die Reinigung des Platindrahtes zu sprechen kommen. Bei den Vorversuchen zeigte manchmal das Salz bis zu verhältnismäßig hohen Temperaturen keine Emission. Da bei Verwendung eines anderen Platindrahtes diese Schwierigkeit meistens behoben war, wurde systematisch untersucht, ob die Behandlung und Reinigung des Platindrahtes auf die Ionenemission des Salzes Einfluß hat. Es wurde erstens geprüft, ob durch Reinigung des Platindrahtes mit  $\text{HNO}_3$  und Wasser und nachherigem Ausglühen eine Widerstandsänderung und somit auch eine Temperaturänderung des Heizdrahtes verursacht wurde. Das war jedoch nicht der Fall. Zweitens wurde untersucht, ob nach Reinigen des Drahtes in kalter  $\text{HNO}_3$ , bzw. gekochter durch Destillation noch besonders gereinigter  $\text{HNO}_3$ , die Emission des inaktiven Drahtes gesteigert wurde. Bei der Reinigung in kalter  $\text{HNO}_3$  zeigte sich keine Änderung, bei mehrmaligem Kochen in  $\text{HNO}_3$  aber eine starke Zunahme der Emission und auch da eine Emission, wo vorher mit demselben Draht keine stattgefunden hatte. Hiernach ist anzunehmen, daß der Draht ab und zu eine Verunreinigung enthält, welche die Emission behindert und nur durch mehrmaliges Kochen in  $\text{HNO}_3$  restlos zu entfernen ist. Selbstverständlich wurde daraufhin jeder Draht lange und sorgfältig mit heißer, reiner  $\text{HNO}_3$  behandelt und danach im Vakuum intensiv ausgeglüht.

Die Versuche wurden ebenso durchgeführt, wie sie G. C. Schmidt beschrieben hat. Die Substanz wurde entweder durch Sublimation oder Hineintauchen in das gelöste oder geschmolzene Salz auf den Draht gebracht.

## 2. Versuchsanordnung II

Die Versuchsanordnung II (Fig. 3) ist im wesentlichen die von G. C. Schmidt<sup>1)</sup> bei seinen ersten Versuchen benutzte.

1) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 56. S. 342. 1918.

Ein unten geschlossenes Glasrohr enthielt etwas von dem zu untersuchenden Salz und wurde im elektrischen Ofen erhitzt. Eng die Wände umschließend befand sich im Inneren ein großer Metallzylinder *R*, an den die Spannung gelegt wurde. Die Platinsonde *B*, welche mit Ausnahme des unteren Teiles in einem Glasrohr steckte, führte zum Elektrometer. Ein geerdetes Metallrohr *C* sorgte dafür, daß keine Elektrizität

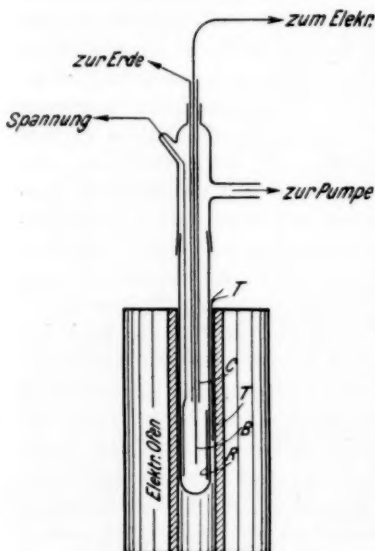


Fig. 3

von *R* durch das Glas zur Sonde gelange. Die Temperaturbestimmung geschah durch ein Thermoelement *T*, das zwischen Zelle und Ofen eingeführt wurde. Durch Vorversuche wurde festgestellt, daß die vom Thermoelement angezeigte Temperatur erst nach etwa 10 Min. im Innern des Glasrohrs auftrat und demgemäß dieser Temperaturengleich bei Beginn des Versuches abgewartet werden mußte. Weiter überzeugte ich mich, daß der ganze Bereich zwischen Sonde und äußerem Zylinder die gleiche Temperatur hatte.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß vor jedem Versuch die Isolation

geprüft und das Elektrometer öfter geeicht wurde. Die Empfindlichkeit des Elektrometers betrug 380 Skalenteile = 1 Volt. Wurde der Strom zu groß, so wurden Kapazitäten angeschlossen. Ausgepumpt wurde durch ein Aggregat von Diffusions- und Kapselpumpe. Der Druck wurde mittels eines McLeodmanometers bestimmt und vor und nach jedem Versuch gemessen.

Von den Präparaten wurde  $\text{CdJ}_2$  und die Thalliumsalze als purissima von Kahlbaum bezogen, die Silbersalze und  $\text{PbCl}_2$  selbst hergestellt. Daß die Salze genügend rein waren,

geht daraus hervor, daß ich nur mit der Zeit abfallende Kurven erhielt, was ein sicheres Zeichen für Reinheit ist.<sup>1)</sup> Sämtliche Versuche wurden in sauerstofffreiem  $N_2$  ausgeführt, da der Sauerstoff der Luft die Salze bei den hohen Temperaturen zersetzt.

### III. Die Messungen

#### A. Die Verarmung der Oberfläche an Ionen durch große Spannungen

Um Platz zu sparen, gebe ich nur einen kurzen Auszug aus meinen Messungen und beschränke mich soweit möglich auf Kurven. Es bedeuten  $A$  der Ausschlag des Elektrometers in 30 Sek.,  $V$  das angelegte Potential,  $t$  die Temperatur und  $p$  der Druck; ein Skalenteil entspricht einem Strom zwischen  $10^{-14}$  und  $10^{-13}$  Amp.

Bekanntlich ist die Emission zeitlich nicht konstant. Diese Erscheinung ist von Hrn. O. Birkenberg<sup>2)</sup> genau untersucht und erklärt worden. Danach haben wir es bei den Ionenstrahlen mit zwei Vorgängen zu tun, erstens einer irreversiblen Emission, die durch die Lockerung des Kristalls durch Fremdkörper, Gitterporen usw. hervorgerufen wird und zweitens einem reversiblen Prozeß, der von der thermischen Dissoziation herrührt. Die zeitliche Abnahme rührt von der irreversiblen Umsetzung her.

Wie die nachfolgenden Versuche zeigen, kann noch ein zweiter Vorgang bei der zeitlichen Änderung der Emission in Erscheinung treten, nämlich die *Verarmung der Oberfläche an Ionen*. Die Fig. 4 stellt die Verhältnisse dar. Zuerst beobachtet man den bekannten zeitlichen Abfall, nach ungefähr 13 Min. ist die Emission ziemlich konstant geworden. Es wurden nun von 2 Volt beginnend steigende Potentiale angelegt bis 800 Volt; die Emission ist diesem größeren Potential entsprechend größer, sie fällt aber wieder. Legt man jetzt + 2 Volt an, so erhält man anfangs überhaupt keinen Ausschlag; aber allmählich erholt sich das Salz und die Emission entspricht schließlich dem ersten Teil der Kurve, wie die

1) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 82. S. 668. 1927 und J. Kahra, Ann. d. Phys. [5] 1. S. 135. 1929.

2) O. Birkenberg, Ann. d. Phys. [5] 1. S. 157. 1929.

gestrichelte Linie zeigt. Legt man darauf wieder 800 Volt an, so ist die Emission anfangs sehr groß, um schnell bis zu einem Wert zu fallen, der mit dem konstanten Endwert der früheren Emission bei 800 Volt zusammenfällt.

Die Erklärung dieser Erscheinung ist einfach. Bei hohen Spannungen werden mehr Ionen weggeführt, als sich neue bilden können. Infolgedessen verarmt die Oberfläche an Ionen. Legt man jetzt ein kleines Potential an, so kann die Verarmung so groß sein, daß überhaupt keine Ionen mehr in der Lage sind, ausgesandt zu werden. Aber allmählich bilden

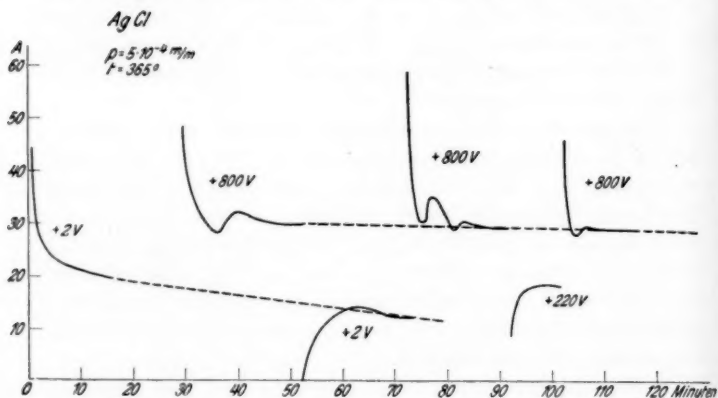


Fig. 4

sich infolge der thermischen Bewegung neue Ionen, d. h. das Salz erholt sich wieder und die Emission steigt usw.

Daß tatsächlich die Bildung der Ionen Zeit erfordert, beweisen auch die Buckel in den Kurven. Offenbar entstehen die Kurven aus der Übereinanderlagerung von zwei Prozessen, erstens der Wegführung der Ionen durch die Spannung, und zweitens aus der Bildung von neuen Ionen.

Aus diesen Versuchen geht hervor: Außer der zeitlichen Abnahme der Emission, die durch irreversible Prozesse bedingt ist, kann noch eine zeitliche Änderung infolge Verarmung bzw. Erholung der Oberfläche auftreten. Die Verarmung ist um so ausgeprägter, je höher die angelegte Spannung und je niedriger

die Temperatur ist. Die Erholung nach der Verarmung erfolgt um so schneller, je kleiner die angelegte Spannung und je höher die Temperatur ist.

#### B. Die Veränderung des Salzes durch die leuchtende Entladung

Der Verlauf der Kurven, welche die Beziehung zwischen EMK. und Emission darstellen, ist der bekannte, erst gerad-

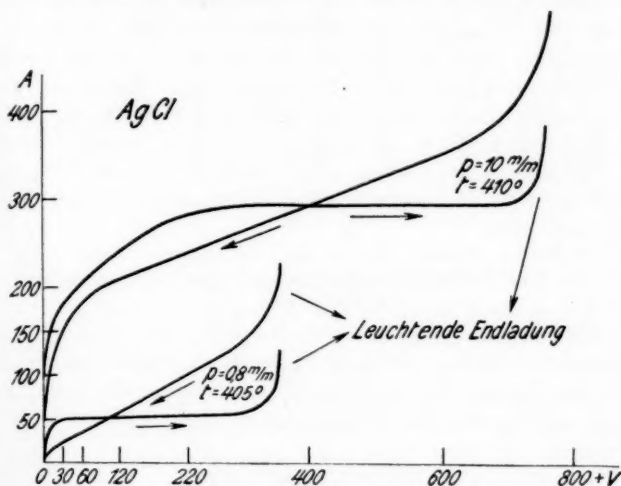


Fig. 5

linige Zunahme, dann mehr oder weniger ausgeprägte Sättigung, schließlich ein starkes Steigen infolge von Stoßionisation, die in eine leuchtende Entladung übergeht. Geht man jetzt mit der Spannung zurück, so erhält man nicht nur abweichende Werte, sondern die Form der Kurve ist eine ganz andere. Die Fig. 5 gibt zwei Beispiele hierfür; bei anderen Drucken und Temperaturen waren die Verhältnisse ähnlich.

Den Gründen für diese Veränderungen im einzelnen nachzugehen, lohnt nicht, sie werden auch von Salz zu Salz verschieden sein. Immerhin ergibt sich aus meinen Beobachtungen folgendes: Bei der leuchtenden Entladung wird das Salz stark zersetzt; zugleich bilden sich in dem vorliegenden Fall Legie-

rungen von Silber mit Platin, die bei derselben Stromstärke wesentlich höhere Temperaturen und somit auch bedeutend größere Emissionen bedingen. Aber selbst wenn man den Strom, nachdem eine leuchtende Entladung hindurchgegangen ist, bei derselben Temperatur untersucht, ist der Charakter der Kurven ein anderer wie die obige Figur zeigt, bei denen die Werte bei gleicher Temperatur aufgenommen worden sind. Es erklärt sich dies, wenn man berücksichtigt, daß das Salz infolge der Zersetzung viel Fremdkörper enthält. Diese bedingen aber nach der Theorie von Smekal<sup>1)</sup>, die von Hrn. O. Birkenberg<sup>2)</sup> bestätigt worden ist, eine Lockerung des Kristallgefüges und damit eine Zunahme der Emission.

Um einwandfreie Messungen zu erhalten, mußten somit die Entladungen vermieden oder jedesmal ein neuer Platin-draht mit frischem Salz verwendet werden und so wurde auch stets verfahren.

### C. Die Ionenemission in Abhängigkeit von den angelegten Spannungen

Da die Emission sich mit der Zeit, selbst auch nach längerer Zeit noch etwas ändert, so ist es selbstverständlich, daß man herauf und herunter nicht wieder genau dieselben Werte erhält, immerhin bleibt der Charakter der Kurven derselbe.

#### 1. Versuchsanordnung I

In den nachfolgenden Figuren gebe ich nur Kurven, bei denen herauf und herunter Werte erhalten wurden, die höchstens 1 Proz. voneinander abwichen.

In der graphischen Darstellung liegt eine gewisse Willkür. Je nach dem Verhältnis, in dem man Ausschläge und Spannungen aufträgt, erscheinen die Kurven mehr oder weniger steil. Es wurde daher für alle Salze, um die Kurven besser miteinander vergleichen zu können, stets das gleiche Verhältnis gewählt. Um sämtliche Messungen auftragen zu können, war es notwendig, für die Spannungen einen so kleinen Maßstab zu wählen, daß 2 und 4 Volt in ihrer Größe praktisch nicht darzustellen sind, obwohl bei diesen Spannungen die Sättigung

1) A. Smekal, Phys. Ztschr. **26**, S. 707. 1925.

2) O. Birkenberg, Ann. d. Phys. [5] **1**, S. 157. 1929.

Tabelle 1  
AgCl

Volt	$p = 1 \cdot 10^{-4}$ $t = 415^{\circ}$ A	$p = 1$ mm $t = 405^{\circ}$ A	$p = 10$ mm $t = 390^{\circ}$ A	$p = 100$ mm $t = 400^{\circ}$ A	$p = 100$ mm $t = 360^{\circ}$ A
- 0,2	—	—	—	—	—
+ 1,8	18	16	25	20	33
+ 3,8	18	18	82	215	—
+ 10	18	19	82	330	330
+ 30	19	20	88	385	365
+ 60	21	20	88	450	390
120	25	27	100	450	402
220	32	42	108	460	420
400	30	44	$\infty$	470	445
600	40	52	$\infty$	470	455
820	57	63	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1250	78	98	$\infty$	920	1000
1900	112	112	$\infty$	1095	1170
				1360	1370

häufig schon erreicht ist. Bei einem größeren Maßstabe würde sich die Sättigung viel ausgeprägter darstellen.

Aus Tab. 1 geht hervor, daß bei Hochvakuum ( $p = 1 \cdot 10^{-4}$ ) die Sättigung bereits bei 2 Volt, bei einem Druck von 1 mm bei 4 Volt, bei  $p = 10$  mm bei 60 Volt und bei  $p = 100$  mm bei etwa 220 Volt erreicht ist. Bei diesem Druck ist die Sättigung bei niedriger Temperatur viel ausgeprägter als bei höherer. Weiter erkennt man, daß auch der Beginn der Emission vom Druck abhängt und zwar ist bei größerem Druck eine höhere Vorspannung notwendig als bei niederem. So haben wir bei 100 mm Druck für +2 Volt noch keine Emission. Die Messungen, die ich in Tab. 2 anführe, sollen zeigen, bei welchen Spannungen die Emission beginnt.

Tabelle 2

Volt	$p = 9 \cdot 10^{-4}$ mm $t = 390^{\circ}$ A	$p = 8 \cdot 10^{-4}$ mm $t = 400^{\circ}$ A	$p = 7 \cdot 10^{-4}$ mm $t = 410^{\circ}$ A
+4,2	25	18	21
+2,2	24	18	21
+1,7	5	4	5
+1,1	—	—	—
+0,6	—	—	—
-1,8	—	—	—
-3,8	—	—	—

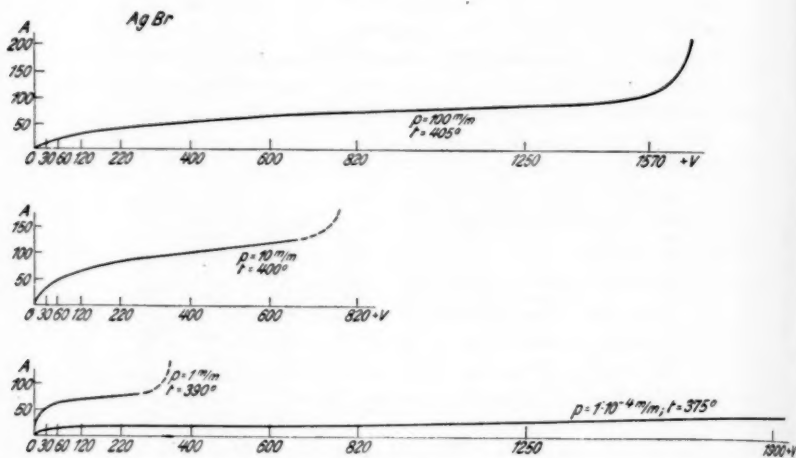


Fig. 6

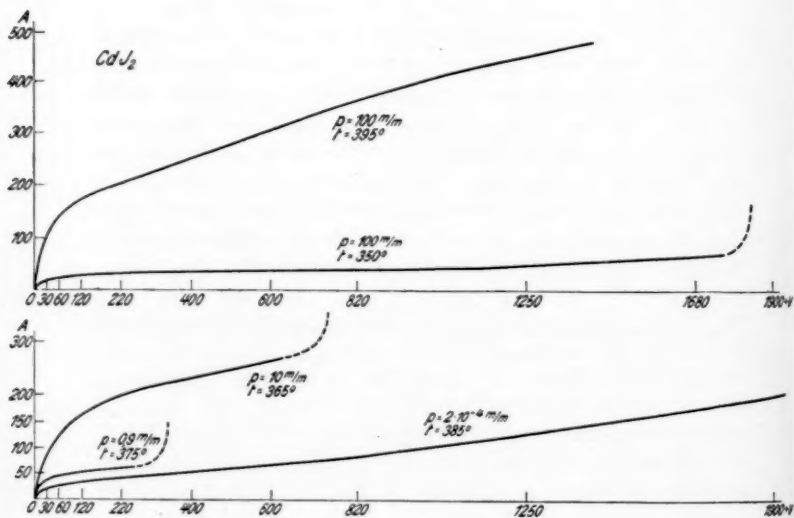


Fig. 7



Diese Zahlen weichen von denen von G. C. Schmidt ab, insofern dieser bereits bei kleinen negativen Spannungen eine Emission beobachtete. Der Grund für dies abweichende Ergebnis ist bei Erklärung der Versuchsanordnung I angegeben worden.

Versuche in Leuchtgas zeigen das analoge Verhalten wie in  $N_2$ ; ich übergehe sie daher.

*AgBr.* Beim Silberbromid liegen die Verhältnisse wie beim Silberchlorid. Man erkennt hier auch ebenso deutlich, wie Beginn der Sättigung und der Ionenemission vom Druck und der Temperatur abhängen (Fig. 6).

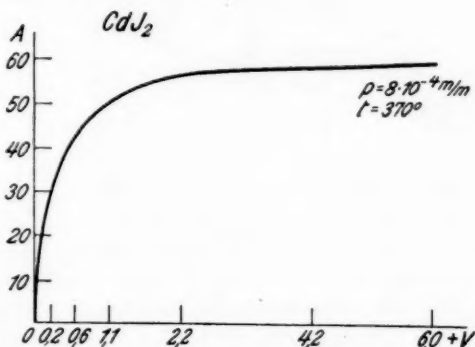


Fig. 8

*CdJ<sub>2</sub>.* Die Fig. 7 gibt uns die Versuchsergebnisse.

Die Darstellung der Messungen, die uns den Beginn der Ionenemission und den Verlauf der Kurven für niedrige Spannungen zeigen (Fig. 8), erfolgt im anderen Maßstabe, und zwar sind die Ausschläge im 5fach, die angelegten Spannungen aber im 100fach vergrößerten Maße gegenüber früher aufgetragen. Die Sättigung ist in diesem Maßstabe viel ausgeprägter und schärfer zu erkennen. Die Ionenemission beginnt bei  $CdJ_2$  früher als bei den Silbersalzen. Bei negativen Spannungen wurde auch hier wie bei den Silbersalzen keine Emission beobachtet.

*Thalliumhalogensalze.* Die untersuchten drei Thalliumsalze,  $TlCl$ ,  $TlBr$  und  $TlJ$  zeigen untereinander vollkommene Über-

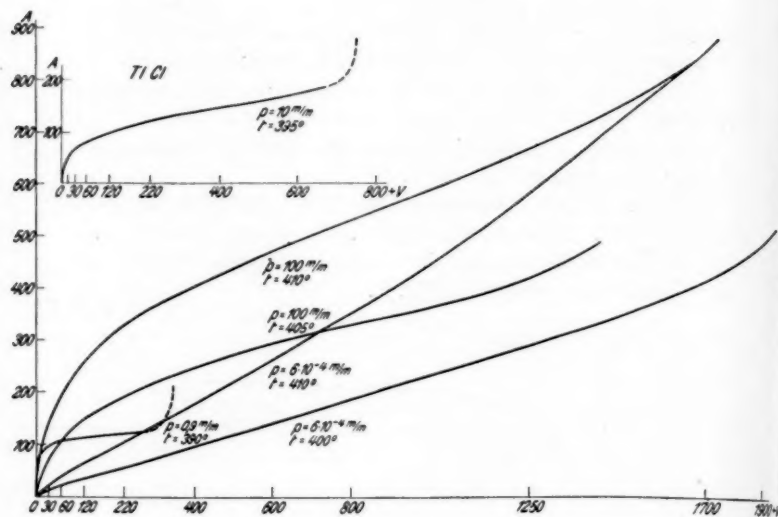


Fig. 9

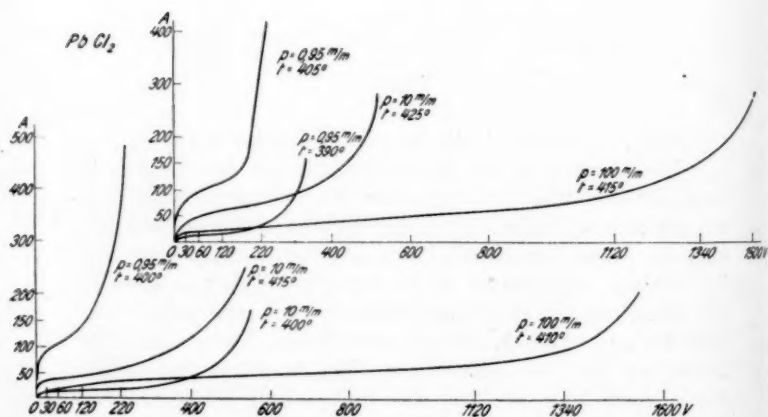


Fig. 10

einstimmung. Es werden daher nur die Versuchsergebnisse von einem Salz mitgeteilt (Fig. 9).

Bei den Thalliumsalzen zeigt sich besonders der Einfluß der Temperatur auch im Hochvakuum. Es treten hier im Gegensatz zu den bisher behandelten Salzen steilere Kurven auf und der Sättigungsvorgang ist kaum zu erkennen.

Den Anfang der Emission zeigt Tab. 3.

Tabelle 3

Volt	$p = 4 \cdot 10^{-4}$ mm $t = 380^{\circ}$	
	A	
+4,2	29	27
+2,2	23	21
+0,6	19	18
+0,4	14	13
+0,2	5	5
-1,8	—	—
-3,8	—	—

$PbCl_2$ . Es wurde zunächst ein Kahlbaumsches Präparat untersucht. Dabei ergab sich eine positive und zeitweise auch positive und negative Emission. Da dies nur von Verunreinigungen herrühren konnte<sup>1)</sup>, wurde ein Präparat aus sorgfältigst gereinigtem Ausgangsmaterial hergestellt. Bei den Versuchstemperaturen zeigte sich jetzt eine negative Emission. Der Effekt fiel von einem großen Anfangswert in ein paar Minuten auf einen kleinen konstanten Endwert herunter, häufig sogar auf nahezu Null. Zu den Messungen wurden natürlich Temperaturen gewählt, bei denen die konstante Emission genügend große Ausschläge zeigte.

Die Fig. 10 zeigt die negative Ionenemission des Bleichlorids in Abhängigkeit von den angelegten Spannungen.

Während bei den bisher behandelten Salzen, besonders bei niederen Drucken, ein plötzlicher Übergang von einer nahezu konstanten Emission zur leuchtenden Entladung stattfand und man in keinem Falle Übergangswerte messen konnte, tritt beim  $PbCl_2$  bei höheren Spannungen eine stärkere Zunahme der Emission auf, die einen allmählichen Übergang zur leuchtenden Entladung bildet.

1) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 82. S. 673. 1927.

## 2. Versuchsanordnung II

Mit der Versuchsanordnung II wurden die Salze  $\text{AgCl}$ ,  $\text{CdJ}_2$  und  $\text{TlJ}$  untersucht. Nachstehend gebe ich für jedes Salz die Messungen, die bei verschiedenen Temperaturen und Drucken ausgeführt wurden. Es war nicht möglich, für eine Versuchsreihe rekapitulierbare Werte zu erhalten, so daß von einer Kontrolle durch Wiederholung der Messungen in rückwärtiger Reihenfolge abgesehen wurde.

$\text{CdJ}_2$ . Die Kurven der Fig. 11 stellen die Versuche dar.

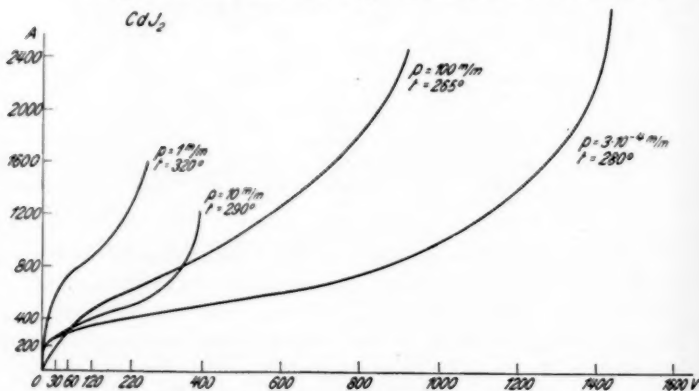


Fig. 11

Tabelle 4

 $\text{AgCl}$ 

Volt	$p = 100 \text{ mm}$ $t = 340^\circ$	$p = 10 \text{ mm}$ $t = 335^\circ$	$p = 1 \text{ mm}$ $t = 335^\circ$	$p = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$ $t = 330^\circ$
	A	A	A	A
2	—	12	35	80
10	8	125	130	135
30	36	325	196	152
60	80	500	274	156
120	155	600	350	160
220	200	660	440	220
400	405	900	$\infty$	350
600	—	$\infty$		—
800	640			600
1200	$\infty$			1080
1800				1800

Tabelle 5

TlJ

Volt	$p = 100 \text{ mm}$ $t = 320^\circ$	$p = 10 \text{ mm}$ $t = 310^\circ$	$p = 1 \text{ mm}$ $t = 295^\circ$
	A	A	A
2	12	28	46
10	66	105	90
30	160	210	156
60	250	350	240
120	380	520	380
220	560	800	860
400	1000	1200	$\infty$
600	—	$\infty$	
800	2000		
1000	$\infty$		

## IV. Ergebnisse

A. Aus den Messungen mit Versuchsanordnung I ergibt sich:

1. Die Sättigung tritt bei niederen Drucken bei sehr kleinen Spannungen auf. Die Spannungen, bei denen Sättigung eintritt, steigen mit wachsendem Druck. Beispielsweise beobachtet man beim AgCl bei  $p = 1 \cdot 10^{-3}$  mm Sättigung bereits bei 2 Volt, bei  $p = 1$  mm bei 4 Volt, bei  $p = 10$  mm bei 60 Volt, und bei 100 mm Druck bei etwa 200 Volt (vgl. Tab. 1).

2. Die Sättigung ist bei niederer Temperatur viel ausgeprägter als bei hohen Temperaturen und tritt bei kleineren Spannungen auf.

3. Die Sättigung ist besonders gut ausgeprägt bei den Salzen, die einen kleinen Dampfdruck haben, z. B. tritt sie bei den Silberhalogensalzen besser zutage als bei den leicht verdampfenden Thalliumsalzen und  $\text{CdJ}_2$ . Die Kurven, welche die Beziehungen zwischen EMK und Emission darstellen, verlaufen aber niemals genau parallel der Abszissenachse.

4. Der Beginn der Emission hängt vom Druck ab: bei niederen Drucken treten die ersten Ionen bei kleineren Spannungen aus als bei hohen. Doch ist stets jedenfalls eine kleine positive Spannung nötig, um Ionen aus dem Salz auszutreiben.

5. Die leuchtende Entladung tritt bei sämtlichen Salzen bei einem Druck von 1 mm bei 300–400 Volt, bei einem Druck von 10 mm bei etwa 600–800 Volt, bei 100 mm Druck zwischen 1600 und 2000 Volt auf. Im Hochvakuum war in keinem Falle bis 1900 Volt eine leuchtende Entladung festzustellen.

**B. Aus den Messungen mit Versuchsanordnung II ergibt sich:**

6. Bei der Versuchsanordnung II, bei der die ganze Zelle erhitzt wird und Salzdämpfe die Zelle erfüllen, treten viel größere Ströme auf als bei Versuchsanordnung I.

7. Die Ströme wachsen stark mit der Spannung. Die Sättigung tritt nur ausgeprägt bei den niedersten Drucken auf, bei denen die Salzdämpfe schnell weggepumpt werden. Die leuchtende Entladung erfolgt bei niederen Spannungen als bei Versuchsanordnung I.

**V. Erklärung der Erscheinungen**

Der erste geradlinige Teil der Kurve und die Sättigung bedarf keiner besonderen Besprechung. Die weitere Zunahme der Emission erklärt sich durch Stoßionisation. Es werden hierdurch die  $N_2$ -Moleküle und die Moleküle des verdampfenden Salzes und zwar diese besonders leicht dissoziiert. Bei sehr niedrigen Drucken sind verhältnismäßig wenig Moleküle vorhanden, die durch Stoß dissoziiert werden; dies wird in besonders hohem Maße der Fall sein, wenn das Salz einen sehr kleinen Dampfdruck hat, z. B. bei den Silberhalogensalzen. Die Sättigung wird hier also scharf ausgeprägt sein. Mit wachsendem Druck wird die Stoßionisation zunehmen und wegen der leichten Dissoziation der Salze besonders stark sein, wenn das Salz einen hohen Dampfdruck hat, also bei den Thalliumsalzen und  $CdJ_2$ . Viel stärker werden aus demselben Grunde die Ströme mit Anordnung II sein, bei welcher der ganze Raum zwischen den beiden Elektroden von Salzdämpfen erfüllt ist. Hier wird daher auch die leuchtende Entladung bei verhältnismäßig niedrigen Spannungen auftreten, wie es ja auch die Versuche zeigen.

Je höher der Druck, um so höhere Spannungen sind nötig, um die Sättigung hervorzurufen. Es erklärt sich dies, wenn man berücksichtigt, daß mit steigendem Druck die Reibungswiderstände größer werden und meistens wohl infolge einer größeren Anlagerung die Beweglichkeit der Ionen abnimmt.

Es ist klar, daß die leuchtende Entladung dann leicht auftreten wird, wenn die Bedingungen für die Stoßionisation

besonders günstig sind, d. h. der Träger durch das Feld eine so große Energie erhält, daß er das gestoßene Molekül ionisieren kann und dann ein Molekül trifft. Bei den niederen Drucken sind nur sehr wenig Moleküle da, die gestoßen werden können; infolgedessen tritt die leuchtende Entladung nur bei außerordentlich hohen Spannungen auf. Sind die Drucke groß, so können die Ionen keinen genügend großen Weg zurücklegen, um die zur Dissoziation nötige Energie aufzunehmen. Bei einem bestimmten Druck wird daher die leuchtende Entladung am leichtesten eintreten können. Soweit die Messungen reichen, liegt dieser bei etwa 1 mm.

Es erhebt sich noch die Frage, welcher Träger die Stoßionisation bedingt, das positive Ion oder das Elektron. Wenn man berücksichtigt, daß Hooper<sup>1)</sup> bei Versuchen mit Kanalstrahlen bis zu 925 Volt Geschwindigkeit eine Ionisation des gestoßenen Gases nicht mit Sicherheit feststellen konnte, so wird die Stoßionisation auch bei den von mir untersuchten Salzen nicht durch die  $+$ -Ionen direkt stattfinden. Vielmehr ist anzunehmen, daß die positiven Ionen durch Elektronenauslösung an der Kathode wirken; diese Elektronen wären dann die Träger für die Stoßionisation. Nimmt man an, daß die Zahl der ausgelösten Elektronen mit zunehmender Feldstärke an der Oberfläche der Kathode zunimmt — eine Annahme, die wie W. Müller<sup>2)</sup> gezeigt hat, auch seine Versuchsergebnisse erklärt — so ergibt sich, daß auch bei den niedersten Drucken mit steigender Spannung die Ströme etwas zunehmen müssen, wie es alle meine Versuche zeigen.<sup>3)</sup>

Hieraus erklärt sich auch das abweichende Verhalten der Bleisalze gegenüber den anderen Salzen. Da die ersteren nur negative Ionen aussenden, so vermögen sie keine Elektronen auszulösen. Da die Elektronen aber stärker ionisieren als die negativen Ionen, so schlägt in allen Fällen, in denen Elek-

1) J. Hooper, *Phys. Rev.* **21**. S. 109. 1926.

2) W. Müller, *Ztschr. f. Physik* **48**. S. 624. 1928.

3) Vielleicht rührt das langsame Steigen des Stromes mit wachsender Spannung, das selbst bei den niedersten Drucken beobachtet wurde, daher, daß bei den hohen Spannungen Ionen schneller aus dem Inneren des Salzes an die Oberfläche gelangen; vgl. Nordheim, *Phys. Ztschr.* **30**. S. 177. 1929.

tronen ausgelöst werden, bei bestimmten Spannungen der Strom plötzlich in die leuchtende Entladung über, während bei den Bleisalzen der Übergang viel allmählicher erfolgt.

### Zusammenfassung

1. Außer der zeitlichen Abnahme der Emission, die durch irreversible Prozesse bedingt ist, kann noch eine zeitliche Änderung infolge Verarmung bzw. Erholung der Oberfläche auftreten. Die Verarmung ist um so ausgeprägter, je höher die angelegte Spannung und je niedriger die Temperatur ist. Die Erholung nach der Verarmung erfolgt um so schneller, je kleiner die angelegte Spannung und je höher die Temperatur ist.

2. Die Sättigung tritt bei niederen Drucken bei sehr kleinen Spannungen auf. Die Spannungen, bei denen Sättigung eintritt, steigen mit wachsendem Druck.

3. Die Sättigung ist bei niederer Temperatur viel ausgeprägter als bei hohen Temperaturen und tritt bei kleineren Spannungen auf.

4. Die Sättigung ist besonders gut ausgeprägt bei den Salzen, die einen kleinen Dampfdruck haben, z. B. tritt sie bei den Silberhalogensalzen besser zutage als bei den leicht verdampfenden Thalliumsalzen und  $\text{CdJ}_2$ . Die Kurven, welche die Beziehung zwischen EMK. und Emission darstellen, verlaufen aber niemals genau parallel zur Abszissenachse.

5. Der Beginn der Emission hängt vom Druck ab; bei niederen Drucken treten die ersten Ionen bei kleineren Spannungen aus als bei hohen. Doch ist stets jedenfalls eine kleine  $+$ -Spannung nötig, um Ionen aus dem Salz auszutreiben.

6. Die leuchtende Entladung tritt bei sämtlichen Salzen bei einem Druck von 1 mm bei 300–400 Volt, bei einem Druck von 10 mm bei etwa 600–800 Volt und bei 100 mm Druck zwischen 1600 und 2000 Volt auf. Im Hochvakuum war in keinem Falle bis 1900 Volt eine leuchtende Entladung festzustellen.

7. Bei der Versuchsanordnung II, bei der die ganze Zelle erhitzt wird, und Salzdämpfe die Zelle erfüllen, treten viel größere Ströme auf als bei Versuchsanordnung I.



8. Die Ströme wachsen stark mit der Spannung. Die Sättigung tritt hier nur ausgeprägt bei den niedrigsten Drucken auf, bei denen die Salzdämpfe schnell weggepumpt werden. Die leuchtende Entladung erfolgt bei niederen Spannungen als bei Versuchsanordnung I.

Die vorstehende Untersuchung wurde mit Unterstützung der Helmholtz-Gesellschaft durchgeführt. Für die Bewilligung von Mitteln spreche ich ihr meinen herzlichsten Dank aus.

(Eingegangen 16. Mai 1929)

## **Ultrarote Emissionsbanden bei hoher Dispersion Von Max Neunhoffer**

(Mit 3 Figuren)

Für unsere Kenntnis der ultraroten Emission der Gase (insbesondere  $\text{H}_2\text{O}$  und  $\text{CO}_2$ ) sind noch immer die Arbeiten Paschens<sup>1)</sup> die wichtigste Quelle. Nur die Bunsenflamme hat nachher durch die Arbeiten von Schmidt<sup>2)</sup>, Buchwald<sup>3)</sup> und Kohn<sup>4)</sup> eine eingehende Untersuchung ihrer Strahlungseigenschaften erfahren. Aber hierbei ist die Fragestellung immer vorwiegend thermodynamisch, d. h. es wird die Gültigkeit der allgemeinen Strahlungsgesetze geprüft und ihre Anwendbarkeit zur Temperaturbestimmung. Die optische Seite des Problems, insbesondere die Frage der weiteren Auflösbarkeit der Banden hat trotz großer Fortschritte bei den entsprechenden Absorptionsmessungen bisher keine erneute Bearbeitung erfahren.<sup>5)</sup> Auch die von Paschen beobachtete Verlagerung der Emissionsmaxima nach langen Wellen mit steigender Temperatur ist bis jetzt noch nicht geklärt. In der vorliegenden Arbeit wird der Versuch mitgeteilt, mit einem Gitterspektrometer hoher Dispersion Einzelheiten in der Bandenstruktur nachzuweisen und gleichzeitig die Temperaturabhängigkeit der Intensitätskurve unter eindeutig definierten Bedingungen festzustellen. Zu diesem Zweck wurden die Messungen ausschließlich an den Flammen des Wasserstoffes und Kohlenoxydes angestellt.

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. **50**. S. 409. 1893; **51**. S. 1; **52**. S. 209; **53**. S. 334. 1894.

2) H. Schmidt, Ann. d. Phys. **29**. S. 971. 1909; **42**. S. 415. 1913.

3) E. Buchwald, Ann. d. Phys. **33**. S. 928. 1910.

4) H. Kohn, Ann. d. Phys. **44**. S. 749. 1917.

5) Die hierhergehörigen Gittermessungen von R. Wood, Phil. Mag. **20**. S. 898. 1910, und von F. Barker, Astroph. Journ. **55**. S. 391. 1922, über die Emission der Bunsenflamme widersprechen sich und waren auch jeweils nicht das Hauptziel der Arbeit.

## I. Methode

### 1. Die Gase

Die Gase waren den käuflichen Bomben entnommen, das Kohlenoxyd enthielt nach einer Analyse<sup>1)</sup> noch 1,37 Proz. Wasserstoff und weniger als 1 Proz. sonstige Verunreinigungen. Beide Gase wurden nach Überleiten über Chlorcalcium und Natronkalk aus einer 2 mm weiten Düse in etwa 25 mm hoher Flamme gebrannt. Dabei betrug der Verbrauch etwa 30 Liter pro Stunde. Die Konstanz des Gasstromes wurde mit Strömungsmanometern dauernd kontrolliert, die mit Quecksilber oder konzentrierter Schwefelsäure gefüllt waren. Für die Messungen bei der höchsten Dispersion trat an Stelle des Rundbrenners zur Steigerung der Strahlungsintensität ein Flachbrenner mit der Öffnung 18·0,5 mm, die Längsachse in Richtung des Strahlenganges.

### 2. Optische Anordnung

Einige Zentimeter vor dem Spektrometerspalt, durch eine 2 mm dicke Aluminiumklappe von diesem getrennt, befand sich die Flamme. Ein Hohlspiegel von 15 cm Brennweite und 8 cm Durchmesser konzentrierte die nach rückwärts ausgehende Strahlung ebenfalls auf den Spalt. Aus Intensitätsgründen konnte auf den rückwärtigen Spiegel nicht verzichtet werden, obwohl dadurch die Gefahr der Fälschung der Intensitätskurve durch Absorption in der Flamme selbst auftritt. Quantitative Angaben über diesen möglichen Fehler können noch nicht gemacht werden. Der weitere Strahlenverlauf im Spektrometer ist der übliche. Ein Hohlspiegel von 35 cm Brennweite macht die vom Spalt kommenden Strahlen parallel und wirft sie auf ein ebenes Reflexionsgitter. Ein zweiter Hohlspiegel gleicher Brennweite konzentriert das gebeugte Licht auf den Spalt vor der Thermosäule. Dessen Entfernung von den 1 mm breiten Lötstellen ist so gewählt, daß das divergente Strahlenbüschel die Lötstellen auf ihrer ganzen

1) Für die Durchführung der Analyse bin ich Hrn. Prof. Dr. Reihlen vom chem. Institut der Universität zu großem Dank verpflichtet, der sie durch seinen Privatassistenten, Hrn. Dr. Gruhl ausführen ließ.

Breite bedeckt. Es muß sehr darauf geachtet werden, daß Spektrometer- und Thermosäulenspalt dieselbe Breite haben, da andernfalls Verzerrungen der Intensitätskurve auftreten. Die bei den Messungen verwendeten Spaltbreiten betrugen je nach der erforderlichen Dispersion 0,13—0,50 mm. Die Thermosäule war von Hilger geliefert und hatte 10 Lötstellen und  $7,4 \Omega$  Widerstand.\* Sie war verbunden mit einem Paschen-schen astatischen Galvanometer, das meist im aperiodischen Grenzzustand (Empfindlichkeit  $\sim 10^{-11}$  Amp./mm bei 2,20 m Skalenabstand) verwendet wurde. Die Empfindlichkeit der Anordnung wurde bestimmt als ein Ausschlag von etwa 150 mm, hervorgebracht durch die Strahlung einer Hefnerlampe in 2,5 m Entfernung. Hierbei hatte der Spalt eine Breite von 0,13 mm, was eine bestrahlte Fläche von  $1,3 \text{ mm}^2$  lieferte. Eine störende Trägheit in der Einstellung der Thermosäule trat nicht auf.

Das Gitter stammte ebenfalls von Hilger, hatte eine auf vergoldetem Messing geteilte Fläche von  $4,8 \cdot 3,8 \text{ cm}$  und eine Gitterkonstante von 0,0106 mm. Laut Angabe des Prüfscheines hat es ausgeprägte Reflexionsmaxima bei  $1,1 \mu$ ,  $2,8 \mu$  und  $4,2 \mu$ . Das theoretische Auflösungsvermögen errechnet sich zu 4500. Praktisch erreichbar ist hiervon höchstens die Hälfte, da bei weiterer Verringerung der Spaltbreite der Gewinn an Auflösungsvermögen bedeutend geringer ist als der Beugungsverlust an Intensität. Das mit Rücksicht auf die Spaltbreite in Wirklichkeit erreichte Auflösungsvermögen war im Höchstfall etwa 1100. Die Justierung erfolgte okular mit Hilfe der *D*-Linien, die leicht bis zur 22. Ordnung zu beobachten waren.

### 3. Ausführung der Messung

Der übliche Verlauf einer Meßreihe war der folgende. Zuerst wurde durch einen Vorversuch die ungefähre Lage der gewünschten Bande bestimmt und dann auf einige Spaltbreiten jenseits des kurzwelligen Endes eingestellt. Eine halbe Stunde nach Entzünden der Flamme waren Spektrometer und Thermosäule in thermischer Ruhe. Die einzelnen Meßpunkte wurden so dicht gelegt, daß dem Abstand von je zweien eine Spaltbreite entsprach. Beobachtet wurde jedesmal der Ausschlag

beim Öffnen und Schließen der Klappe vor dem Spalt. Jeder Punkt wurde mindestens dreimal nacheinander bestimmt, in unsicheren Fällen wesentlich öfter. Die Ablesegenauigkeit betrug bei einer Skalenentfernung von 2,20 m etwa  $\pm 0,5$  Skalenteil, was auch der durch sonstige Unsicherheiten bedingten Reproduzierbarkeit der Intensitätskurve entspricht. Die Bestimmung eines Meßpunktes nahm auf diese Weise etwa 2 Minuten in Anspruch, so daß die einmalige Durchmessung der  $H_2O$ -Bande bei  $2,7 \mu$  im Falle der höchsten Dispersion 5—6 Stunden erforderte. Sämtliche Messungen sind bei Nacht ausgeführt.

Große Schwierigkeiten bereitet die Angabe genauer Wellenlängenwerte, da an dem verwendeten und im Anhang näher beschriebenen Spektrometer ein Teilkreis nicht vorhanden war, sondern nur eine recht gut gearbeitete Mikrometerschraube. Es wurde versucht, durch okulare Einstellung höherer Ordnungen von sichtbaren Linien einige Wellenlängen festzulegen. Aber gerade bei kleinen Spaltbreiten ist eine eindeutige und genügend genaue Einstellung kaum möglich. Es ist vorläufig auf die Angabe von exakten Absolutwerten der Wellenlänge kein besonderes Gewicht gelegt. Um so mehr Sorgfalt wurde dafür auf die Bestimmung des einem Meßintervall entsprechenden Wellenlängenbereichs verwendet. Es war leicht, die Absorptionsmessungen von Imes<sup>1)</sup> an HCl genau zu reproduzieren und daraus die Dispersion zu berechnen. Die in den Figuren verzeichneten Wellenlängenwerte sind aus okularen Einstellungen der Na-Linien entnommen und haben eine Genauigkeit von etwa 0,1 Proz.

## II. Resultate

### 1. $H_2O$ -Bande bei $2,7 \mu$

Als erstes geben wir die Intensitätskurve der Emission der Wasserstofflampe bei  $2,7 \mu$  wieder, aufgenommen mit einer Spaltbreite von  $0,13 \text{ mm} = 35,53 \text{ \AA}$  und gleichem Abstand der Meßpunkte. Zum Vergleich sei angegeben, daß die von Imes bei der HCl-Absorptionsbande bei  $3,46 \mu$  erreichte Dispersion  $29 \text{ \AA}$  pro Spaltbreite beträgt. Als Intensitäten sind

1) E. S. Imes, *Astroph. Journ.* 50. S. 251. 1919.

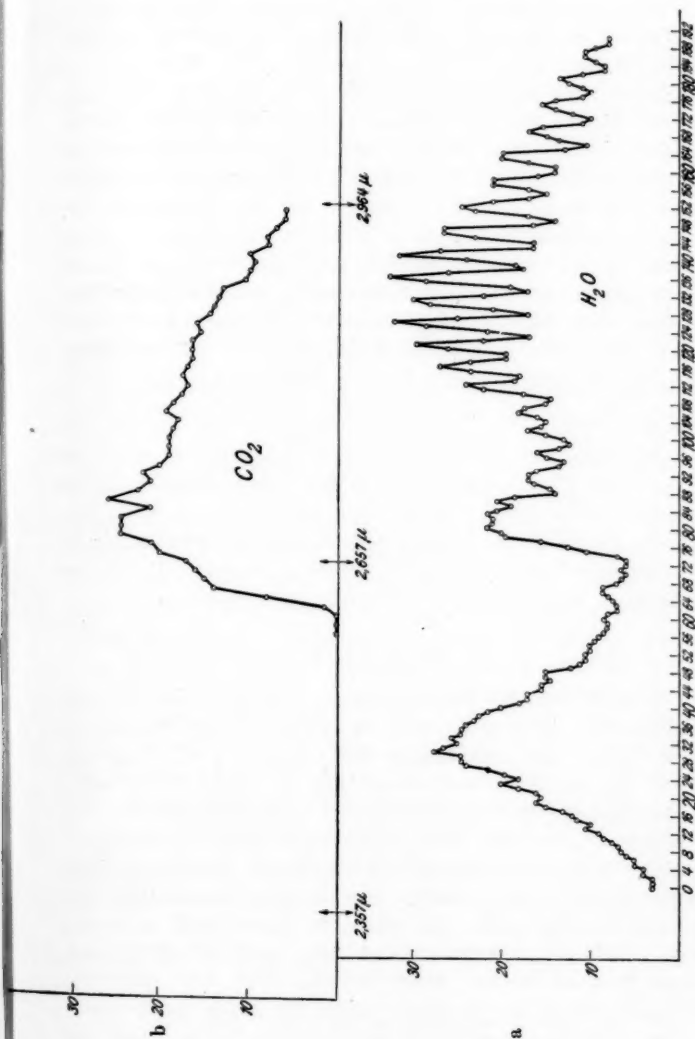
Tabelle 1

 $H_2$ -Flamme bei 2,7  $\mu$ . Spaltbreite: 0,13 mm = 35,53  $\text{\AA}$ E

Nr.	J	Nr.	J	Nr.	J
80	21,5	117	23,5	154	17
81	21	18	19,5	55	15
82	21	19	19,5	56	17
83	21,5	20	26	57	21
84	20,5	21	29,5	58	21
85	19,0	22	22	59	16
86	20,5	23	17	60	14
87	18,5	24	21,5	61	14
88	14	25	28,5	62	17
89	14,5	26	32	63	20
90	16,5	27	25	64	20
91	17	28	17	65	13
92	17	29	21	66	10,5
93	16	30	28	67	13,5
94	13,5	31	30	68	15
95	13	32	22	69	17
96	15	33	17	70	15,5
97	16	34	19	71	11
98	13,5	35	28,5	72	10
99	12,5	36	32,5	73	12
100	13	37	26	74	14
101	15	38	17,5	75	15,5
2	17	39	18,5	76	14
3	15,5	40	24	77	11
4	15	41	31,5	78	10
5	16	42	24	79	11
6	18	43	16,5	80	12,5
7	17,5	44	16,5	81	13,5
8	15	45	23	82	11
9	14,5	46	26,5	83	8,5
10	17,5	47	26,5	84	8,5
11	22	48	16,5	85	9,5
12	24	49	14	86	10,5
13	18,5	50	17	87	10,5
14	18	51	23	88	9,5
15	23,5	52	24,5	89	8
16	27	53	21	90	8

in der Tabelle die gemessenen Ausschläge in Skalenteilen angegeben und zwar nur für den in seinen Einzelheiten interessierenden langwelligen Teil der Bande. Die Angaben sind Mittelwerte aus zwei voneinander unabhängigen Meßreihen. In sämtlichen Figuren sind als Abszissen die Nummern der Meßpunkte, vom kurzwelligen Ende an gezählt, aufgetragen.

In der Fig. 1a ist ab Meßpunkt 100 leicht das bekannte Bild der Rotationsschwingungsbanden des nahen Ultrarot zu



a) Spektrale Emission der  $H_2O$ -Flamme bei  $2,7 \mu$ ; Abstand zweier Meßpunkte =  $35,53 \text{ \AA}$   
 b) Spektrale Emission der  $CO$ -Flamme bei  $2,7 \mu$ ; Abstand zweier Meßpunkte =  $68,5 \text{ \AA}$

Fig. 1

erkennen. Die zwei tiefen Einsattelungen in der Mitte der Bande stammen sicher von der Absorption im Strahlengang. Leider ist es dadurch nicht möglich, die Lage der Nulllinie eindeutig festzulegen. Wir werden aber weiter unten eine angenäherte Bestimmungsmöglichkeit kennenlernen. *Sehr auffallend ist das klare Hertortreten einer einzigen Schwingungsdifferenz im Gegensatz zu den Ergebnissen bei der entsprechenden Absorptionsmessung von Sleator.<sup>1)</sup>* Wir können jetzt ein Hauptträgheitsmoment des  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls bei der Temperatur der Flamme *eindeutig* festlegen. Die Wellenzahldifferenzen zeigen genau wie bei anderen einfachen Rotationsschwingungsbanden einen schwachen, aber deutlichen Gang mit der Wellenlänge in dem Sinn, daß die Differenzen mit wachsendem  $\lambda$  zunehmen. Als mittlerer Wert errechnet sich  $\Delta\nu = 24 \pm 0,5 \text{ cm}^{-1}$  und daraus nach der Formel  $\Delta\nu = \frac{h}{4\pi^2 J \cdot c}$  das Trägheitsmoment  $J$  zu  $J = 2,3 \cdot 10^{-40}$ . Die hier auftretende Rotationsfrequenz entspricht wohl der von Eucken<sup>2)</sup> und nach ihm noch von Witt<sup>3)</sup> im Absorptionsspektrum des Wasserdampfes sichergestellten Schwingungsdifferenz von  $24,3 \text{ cm}^{-1}$ . Weitere theoretische Diskussionen müssen aber verschoben werden bis für die Emissionslinien der exakte Anschluß an die Wellenlängenmessungen des Absorptionsspektrums gewonnen ist.

## 2. Die $\text{CO}_2$ -Bande bei $2,7 \mu$

Fig. 1b ist die Intensitätskurve der Emission der  $\text{CO}$ -Flamme bei  $2,7 \mu$  und stellt ebenfalls einen Mittelwert aus zwei voneinander unabhängigen Meßreihen dar. Die Dispersion ist in diesem Falle nur etwa halb so groß, der Abstand zweier Meßpunkte entspricht einem Wellenlängenbereich von  $68,5 \text{ \AA}$ . Man sieht hier keine Spur einer Auflösung in Linien. Auch ein Versuch mit geringerer Spaltbreite liefert dafür keinen Anhaltspunkt. Zur exakten Feststellung des Kurvenverlaufes reicht die Intensität dabei nicht mehr aus. Sehr charakteristisch ist aber hier das außerordentlich rasche

1) W. W. Sleator, *Astrophys. Journ.* **48**. S. 125. 1918.

2) A. Eucken, *Jahrbuch d. Rad. und Elektronik* **16**. S. 361. 1920.

3) H. Witt, *Ztschr. Physik* **28**. S. 249. 1924.



Anwachsen der Intensität auf der kurzwelligen Seite. Man ist beinahe versucht, hierin das Auftreten einer Art von Bandenkopf zu sehen, und die Bande als nach Rot hin abschattiert zu bezeichnen. Ein Einfluß der  $\text{CO}_2$ -Absorption im Strahlengang, der etwa vom Maximum ab ein Stück weit nach längeren Wellen zu auftreten müßte, macht sich nicht bemerkbar. Ob der im Strahlengang vorhandene Wasserdampf den Kurvenverlauf weiterhin beeinflußt, kann ebenfalls noch nicht entschieden werden.

### 3. Einfluß der Flammenumgebung

Eine weitere wichtige Frage ist die, ob sich in unmittelbarer Umgebung der Flamme kalte stark absorbierende Schichten der Verbrennungsgase befinden. Bei der Hauptbande von  $\text{CO}_2$  ist von Barker<sup>1)</sup> ein starker Einfluß einer Absorption auf die Emissionskurve sichergestellt und zwar von  $4,12 \mu$  bis  $4,40 \mu$  (vgl. Fig. 2). Es wurde folgendes Verfahren zur Aufklärung versucht. Um den untersten Teil der Flamme und den obersten Teil des Brenners wurde eine zylindrische Platinspirale von der Weite gelegt, daß sie von der Flamme in keinem Teil zum Glühen gebracht wird. Wird nun diese Spirale elektrisch auf helle Rotglut geheizt, so ist eine starke Erwärmung der äußeren Flammenschichten zu erwarten. Hat in ihnen vorher starke Absorption der aus dem Flammeninnern kommenden Strahlung stattgefunden, so müssen nachher die im Absorptionsbereich liegenden Wellenlängen an Intensität mehr gewinnen als die übrigen. Die tatsächliche Wirkung ist aber eine ganz andere; wir zeigen die Ergebnisse zuerst an der Hauptbande von  $\text{CO}_2$  bei  $4,3 \mu$ . Die Aufnahme erfolgte mit einer Dispersion von  $68,5 \text{ \AA}$  pro Spaltbreite und ergab genau die schon von Barker angegebene Kurvenform. In Fig. 2 gehört die gestrichelte Kurve der unbeeinflussten und die strichpunktierte der geheizten Flamme an. Die Messung ist so ausgeführt, daß immer je zwei entsprechende Punkte von beiden Kurven unmittelbar nacheinander bestimmt sind. Man erkennt sofort, daß die Lage der Maxima völlig unverändert bleibt, während die prozentuale Änderung

1) F. Barker, *Astrophys. Journ.* **55**, S. 391. 1922.

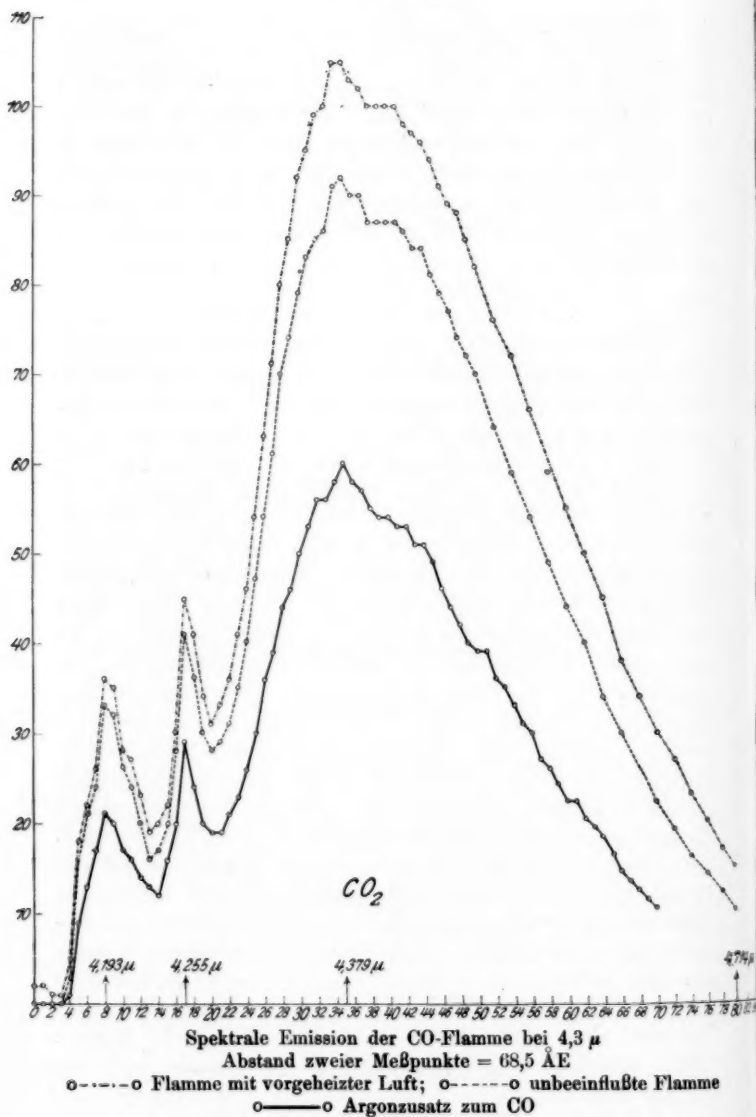


Fig. 2

auf der langwelligen Seite größer ist als auf der kurzwelligen. Quantentheoretisch ist dieses Resultat ohne weiteres zu verstehen als eine Bevorzugung der höheren Rotationszustände bei erhöhter Flammentemperatur. Irgendwelche Besonderheiten an den Stellen starker Absorption treten nicht auf, so daß angenommen werden muß, daß diese im wesentlichen in den äußersten Flammenschichten oder erst im Strahlengang durch das Spektrometer entsteht.

#### 4. Variation der Flammentemperatur

Um weitere Aufschlüsse über den Einfluß veränderter Flammentemperatur zu bekommen, wurden dem Kohlenoxyd nichtbrennbare Gase (Ar oder  $N_2$ ) beigemischt. Dabei ist dem Betrag einer solchen Beimischung eine enge Grenze gesetzt dadurch, daß bei höherem Argon- oder Stickstoffzusatz eine Flamme nicht mehr entsteht. Der höchstmögliche Zusatz ist stark von der Düsenform und der Ausströmungsgeschwindigkeit abhängig in dem Sinne, daß eine enge Düse und hohe Ausströmungsgeschwindigkeit die Verdünnungsmöglichkeit herabsetzt. Feuchtigkeitszusatz erhöht die Entflammbarkeit stark. Argon und Stickstoff als Zusätze sind in ihrer Wirkung völlig identisch. Das sichtbare Bild der Flamme ändert sich mit wachsenden Zusätzen dahin, daß bei gleichem Brenngasdruck die Flamme kleiner wird, sich schließlich etwas vom Brennerand abhebt und dann erlischt.

Die bei maximalem Argonzusatz erhaltene Intensitätskurve der Hauptbande von  $CO_2$  ist die ausgezogene Kurve der Fig. 2. Die relativ stärkere Abnahme der langwelligen Seite kann wie oben quantentheoretisch als Folge einer Temperaturniedrigung gedeutet werden. Wiederum bleibt aber die Lage der Maxima vollständig erhalten. Zum Gesamtbild der Kurven ist noch zu bemerken, daß auch hier eine Aufspaltung in die Rotationsfrequenzen nicht zu erkennen ist. Auch der bei der anderen  $CO_2$ -Bande schon hervorgehobene außerordentlich rasche Intensitätsanstieg auf der kurzwelligen Seite findet sich hier wieder. Eine Aufnahme der Kurve mit der größeren Dispersion von 35,53 ÅE pro Spaltbreite ergab keinerlei neue Einzelheiten, und wir verzichten daher auf die Wiedergabe. In Tab. 2

Tabelle 2

CO-Flamme bei  $4,3 \mu$ . Spaltbreite  $0,25 \text{ mm} = 68,5 \text{ \AA E}$   
 Vergleichende Messung der unbeeinflussten ( $u$ ), geheizten ( $g$ ) und  
 verdünnten ( $v$ ) Flamme (Ar-Zusatz)

Nr.	$v$	$u$	$g$	Nr.	$v$	$u$	$g$	Nr.	$v$	$u$	$g$
0	0	0	2	27	39	61	71	54	33	59	72
1	0	0	2	28	44	70	80	55	31		
2	0	0	1	29	46	74	85	56	30	54	66
3	0	0	1	30	50	79	92	57	27		
4	1	3	5	31	53	83	95	58	26	49	59
5	9	16	18	32	56	85	99	59	24		
6	13	21	22	33	56	86	100	60	22	44	55
7	17	24	26	34	58	91	105	61	22		
8	21	33	36	35	60	92	105	62	20	40	50
9	20	32	35	36	58	90	103	63	19		
10	17	26	28	37	57	90	102	64	18	34	45
11	16	24	27	38	55	87	100	65	16		
12	14	20	23	39	54	87	100	66	14	30	38
13	13	16	19	40	54	87	100	67	13		
14	12	17	20	41	53	87	100	68	12	26	34
15	16	20	22	42	53	86	98	69	11		
16	20	28	30	43	51	84	97	70	10	22	30
17	29	41	45	44	51	84	96	71			
18	24	36	41	45	49	81	94	72		19	27
19	20	30	34	46	46	79	91	73			
20	19	28	31	47	44	77	89	74		16	23
21	19	29	33	48	42	74	88	75			
22	21	31	36	49	40	72	85	76		14	20
23	23	35	41	50	39	70	82	77			
24	26	40	46	51	39			78		12	17
25	30	47	54	52	36	64	76	79			
26	36	54	63	53	35			80		10	15

stellen wir die Resultate der Messungen unter den drei verschiedenen Bedingungen zusammen.

Als letztes ist noch der Einfluß variierter Flammtemperatur auf die im Spektralbereich von  $2,7 \mu$  gelegenen Banden zu zeigen. Bei diesen Messungen mußte die Spaltbreite =  $0,5 \text{ mm}$  gewählt werden, da nur bei großen Gesamtintensitäten die zu beobachtenden Änderungen genügend große Beträge annehmen. Die Dispersion beträgt dann allerdings nur noch  $142 \text{ \AA E}$  pro Spaltbreite, was aber für die vorliegenden Fragen vollkommen ausreichend ist, insbesondere da die wirklichen Einzelheiten des Kurvenverlaufs bereits bekannt sind. Die Anordnung der Tabellen und Kurven ist genau dieselbe wie oben. Infolge des sehr flachen Maximums

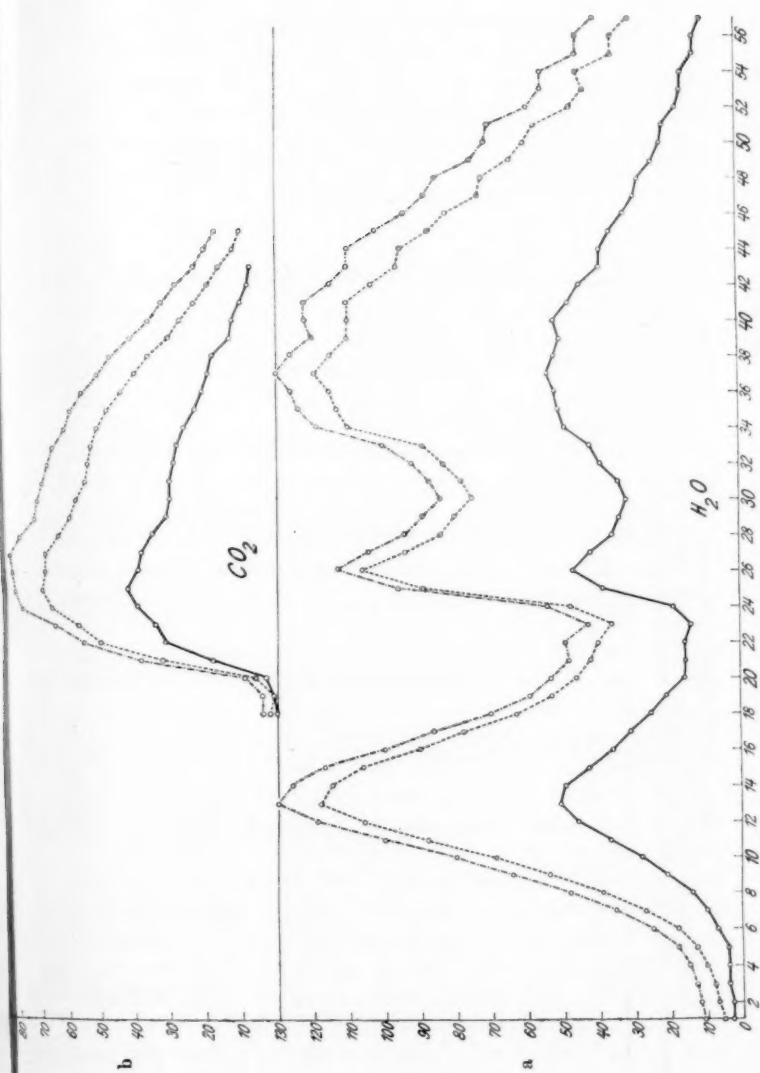


Fig. 3. a)  $H_2O$ -Flamme bei  $2,7 \mu$ ; b)  $CO_2$ -Flamme bei  $2,7 \mu$ . o-----o Flamme in vorgeheizter Luft; o-----o unbeeinflusste Flamme; o-----o Ar-Zusatz zu den Brenngasen; Abstand zweier Meßpunkte =  $142 \text{ \AA}$



der  $\text{CO}_2$ -Bande bei  $2,7 \mu$  wirkt sich hier die geänderte Intensitätsverteilung in einer Verschiebung des Maximums aus.

Eine genaue Betrachtung der  $\text{H}_2\text{O}$ -Kurven für die geheizte und ungeheizte Flamme zeigt die Erscheinung, daß das erste kurzwellige Maximum nach kurzen Wellen relativ stärker verbreitert erscheint, während die einseitige Verbreiterung der beiden anderen Maxima nach längeren Wellen geht. Dies Verhalten ist dann verständlich und entspricht der Erwartung, wenn wir die Bande als gewöhnliche Rotationsschwingungsbande auffassen und der Nulllinie eine Lage in der Gegend des Hauptminimums zuschreiben. Daß wir etwas Entsprechendes bei beiden  $\text{CO}_2$ -Banden nicht finden, läßt zusammen mit dem sehr ungleichen Intensitätsabfall auf beiden Seiten auf eine ungewöhnlich starke Unsymmetrie in der Verteilung der Rotationsfrequenzen schließen.

Interessant ist schließlich noch das Verhalten der Wasserstoffflamme bei starkem Argonzusatz. Ein Verlöschen der Flamme ist auch nicht zu erhalten, wenn das aus dem Brenner ausströmende Gemisch zum weit überwiegenden Teil aus Argon besteht. Die einzige zu beobachtende Änderung ist eine stark gestreckte Flammenform. Eine einer Temperaturerniedrigung entsprechende Änderung der Intensitätsverteilung der Bande tritt auch bei über 50 Proz. Argonzusatz nicht ein, sondern es ergibt sich eine stärkere Abnahme auf der langwelligen Seite bei allen drei Maximis. Da wir schon oben feststellten, daß die Breite der einzelnen Rotationslinien mit abnehmender Wellenlänge stetig abnimmt, erscheint es möglich, das letzterwähnte Meßergebnis mit einer entsprechend ungleichmäßigen Änderung der Linienbreite bei Fremdgaszusatz in Zusammenhang zu bringen. Ein experimenteller Beweis dieser Vermutung ist z. Z. aus Intensitätsgründen nicht möglich. Das letzterwähnte Resultat muß aber zu großer Vorsicht mahnen bei der Behauptung, daß wir durch Zusatz nicht brennbarer Fremdgase eine wesentliche Temperaturerniedrigung erreichen können. Die stark verminderte Gesamtintensität kann ja ausschließlich von der kleineren Dicke der strahlenden Schicht infolge der gestreckten Flammenform und von der verminderten Zahl der Emissionsträger pro Volumeinheit herrühren. An der statistischen Verteilung der

Einzelprozesse, durch die wir die Flammentemperatur gas-kinetisch definieren können, scheint sich durch Fremdgaszusatz sehr wenig zu ändern.

#### Anhang

Das für die vorliegende Arbeit gebaute Spektrometer hat sich bei den bisherigen Messungen bewährt. Eine 3 cm dicke, 30·60 cm große Schieferplatte ruht auf drei 12 cm hohen Füßen. Ungefähr im Mittelpunkt der Platte ist der äußere Teil eines schweren Konus fest eingelassen. Der innere Teil ist nach unten so weit verlängert, daß die ganze Drehvorrichtung sowohl für grobe als mikrometrische Einstellung des Gittertisches auf der Unterseite der Schieferplatte montiert werden kann. Dies ist für eine Bedienung ohne Störung des Temperaturgleichgewichts vorteilhaft. Einen Teilkreis hat der Apparat nicht, da die Länge und Güte der Mikrometerschraube für alle bei einer Messung notwendigen Einstellungen genügt. Die beiden Hohlspiegel und die Thermosäule sind justierbar an schweren Stativen befestigt, die ihrerseits nicht fest mit der Platte verbunden sind und nur nach Bedarf festgekittet werden. Dies ermöglicht eine wahlweise Verwendung für Prismen oder Reflexionsgitter. Der bilateral veränderliche Spalt befindet sich auf einer Schlittenführung, die in der Höhe verstellbar, sonst aber fest mit der Grundplatte verbunden ist. Drei Bohrungen in der Schieferplatte ermöglichen die Leitungszuführung für ein Bolometer oder die Thermosäule. Nach der Justierung kann über das Ganze ein Pappkasten gestülpt werden, der nur den Spalt frei läßt.

#### Zusammenfassung

Mit Hilfe eines ebenen Reflexionsgitters und einer Thermosäule wird die ultrarote Emission der  $H_2$ - und  $CO$ -Flamme untersucht. Für die hauptsächlichsten Banden werden genaue Intensitätskurven mitgeteilt.

Während bei Wasserdampf die einzelnen Rotationsfrequenzen teilweise sehr vollständig getrennt werden können, liefert dieselbe Dispersion bei den  $CO_2$ -Banden noch keine Andeutung einer Auflösung.



Die CO-Flamme emittiert nur  $\text{CO}_2$ -Banden; die Beeinflussung der spektralen Intensitätsverteilung durch Vorheizen der Verbrennungsluft bzw. Zumischung indifferenter Gase zu den Brenngasen wird untersucht.

Die Arbeit wurde auf Veranlassung und unter Leitung von Hrn. Prof. Gerlach ausgeführt.

Der Notgemeinschaft Deutscher Wissenschaft sei für die Gewährung der Möglichkeit der Durchführung der Arbeit auch an dieser Stelle herzlicher Dank gesagt.

Tübingen, Physikalisches Institut, Mai 1928.

(Eingegangen 16. Mai 1929)

**Über**  
**Hohlraumbildung in der idealen Flüssigkeit<sup>1)</sup>**  
**Von Curt Schmieden**

(Mit 3 Figuren)

**1. Allgemeine Betrachtungen über unstetige Potentialströmungen**

In der Theorie der inkompressiblen, reibungslosen Flüssigkeiten betrachtet man im allgemeinen nur solche Fälle, in denen die Geschwindigkeit eine stetige Funktion des Ortes ist. Dabei muß man es in Kauf nehmen, daß bei der Umströmung irgendwelcher Hindernisse, besonders an Stellen starker Krümmung der Kontur, hohe Geschwindigkeiten auftreten. Nach der Gleichung von Bernoulli in ihrer einfachsten Form für den Fall einer stationären Potentialbewegung

$$(1) \quad p + \varrho \frac{v^2}{2} = C$$

bedingen hohe Geschwindigkeiten das Auftreten von Unterdrücken, die eine große Kavitationsgefahr bedeuten. Bei einer wirklichen Flüssigkeit ist daher an solchen Stellen ein Abreißen der Strömung zu erwarten. Nachdem schon Stokes auf die Möglichkeit von Unstetigkeitsschichten der Geschwindigkeit in der idealen Flüssigkeit hingewiesen hatte, führten Helmholtz und Kirchhoff sie in die Hydrodynamik ein, um einerseits das Auftreten von Unterdrücken zu vermeiden, andererseits eine Erklärung für den Widerstand in einer Flüssigkeit zu geben. Das erste durchgerechnete Beispiel für die unendlich lange Platte von endlicher Breite führte in der Tat zu dem quadratischen Widerstandsgesetz, allerdings mit einem wesentlich zu kleinen Beiwert  $c_w$ . Diese und die folgenden

1) Vgl. die Arbeit von Hrn. C. Ramsauer, die Bewegungserscheinungen des Wassers beim Durchgang schnellbewegter Kugeln. *Ann. d. Phys.* **84.** S. 697 ff. 1927.

Rechnungen wurden immer unter dem Bilde des angeströmten, ruhenden Körpers durchgeführt, bei dem die wahren Bahnlinien und die scheinbaren — vom Körper aus gesehen — zusammenfallen. Selbstverständlich kann man aber hieraus sofort den Fall des bewegten Körpers in ruhender Flüssigkeit gewinnen, indem man ein mit der Anströmgeschwindigkeit bewegtes Koordinatensystem einführt; nur fallen dann absolute und relative Stromlinien nicht mehr zusammen. Diese Bemerkung wird später von Wichtigkeit sein; für das folgende sei das erste Bild für die Veranschaulichung der Vorgänge beibehalten. Nachdem sich die Flüssigkeit an einer Stelle, deren Festlegung später untersucht wird, von der Kontur abgelöst hat, wird die diesen Punkt enthaltende Stromlinie hinter dem Körper ein Gebiet bewegter Flüssigkeit von dem Totwasser trennen; sie stellt also die Unstetigkeitsschicht dar, an der zwei Flüssigkeitsschichten gleicher — hier verschwindender — Normal-, aber verschiedener Tangentialgeschwindigkeit aneinander vorbeigleiten. Der Druck dagegen durchsetzt diese Schicht durchaus stetig, wie sich leicht zeigen läßt, und hat somit auf der ganzen Stromlinie denselben konstanten Wert wie im Totwasser. Daraus folgt nach (1), daß auch die Geschwindigkeit auf ihr überall denselben Betrag hat. Hieraus kann man sofort schließen, daß diese Stromlinie überall konvex gegen das Totwasser ist und im Unendlichen die Krümmung Null besitzt. Dazu braucht man nur zu zeigen, daß die freie Stromlinie keinen im Endlichen gelegenen Wendepunkt besitzen kann. Eine einfache Rechnung zeigt nun, daß allgemein für eine Stromlinie gilt:

$$(2) \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{u^2} |[\mathbf{v} \text{ grad } p]|.$$

Daraus folgt sofort die obige Behauptung, da die freie Stromlinie zugleich eine Linie konstanten Druckes und konstanter Geschwindigkeit ist. Da also  $\text{grad } p$  immer senkrecht auf  $\mathbf{v}$  steht, so kann ein Wendepunkt nur für  $\text{grad } p = 0$  auftreten, was offenbar im Unendlichen der Fall ist. Man erhält also das wesentliche Ergebnis, daß der Querschnitt des Totwassers mit wachsender Entfernung vom Körper zumindestens niemals kleiner werden kann, das Totwasser sich also unter allen Umständen bis ins Unendliche erstrecken muß. Letzteres kann

man übrigens auch schon daraus schließen, daß ein endliches Totwasser die Konstruktion eines endlichen Körpers gestatten würde, der in der idealen Flüssigkeit einen Widerstand erfährt, was mit grundlegenden Sätzen der Hydrodynamik in Widerspruch steht. Diese Unstetigkeitsschichten sind nun allerdings in hohem Maße instabil; die Flüssigkeitsreibung bedingt ihre Zerstörung und schließliche Auflösung in einzelne Wirbel. Darauf ist es zurückzuführen, daß man in der Natur nur Rudimente von dem Helmholtzschen Totwasser beobachten kann. Wesentlich anders liegen die Verhältnisse bei der oben angegebenen Umkehr des Bewegungszustandes, d. h. bewegter Körper in ruhender Flüssigkeit, vor allem, wenn wir noch einen Schritt weiter gehen und folgenden Fall betrachten: in ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß wird von außen her ein Körper hineingeschossen. Das wesentlich physikalisch Verschiedene beider für die mathematische Behandlung gleicher Vorgänge ist, daß jetzt hinter dem Körper kein Totwasser entsteht, sondern ein Vakuum bzw. ein von einem anderen Medium erfülltes Gebiet. (Luft, die hinter dem Körper in den Hohlraum einströmt.) Im Falle des Vakuums ist überhaupt keine Möglichkeit der Zerstörung der Unstetigkeitsschicht durch innere Reibung gegeben ( $\frac{\partial v}{\partial n}$  praktisch gleich Null), im Falle der nachströmenden Luft ist sie jedenfalls stark verringert. Wenn sich also überhaupt eine Unstetigkeitsschicht realisieren läßt, wird man ihr Auftreten unter den eben besprochenen Verhältnissen erwarten. Diese hier geforderten Versuchsbedingungen sind aber dieselben, die von Hrn. Ramsauer<sup>1)</sup> seinen Experimenten zugrunde gelegt wurden. Und in der Tat ergab sich eine ausgeprägte Hohlraumbildung hinter den durch das Wasser geschossenen Kugeln.

## 2. Die Strömung um einen Kreiszylinder

Angeregt durch diese Übereinstimmung von Experiment und theoretischer Erwartung habe ich versucht, auch die Form der Hohlraumbegrenzung rechnerisch zu bestimmen. Allerdings mußte ich das Problem wesentlich vereinfachen, um die erforderliche Rechenarbeit auf ein erträgliches Maß herab-

1) C. Ramsauer, a. a. O.

zudrücken. Die Arbeit beschränkt sich daher auf den Fall eines unendlich langen Zylinders in unbegrenzter Flüssigkeit. Über die Durchführung der Rechnung werde ich an einer anderen Stelle berichten, während ich hier nur einige prinzipielle Bemerkungen und die Resultate der Arbeit mitteilen will. Besondere Schwierigkeiten bietet die Festlegung der Ablösungsstelle bei Körpern ohne scharfe Kanten. Bei Konturen polygonalen Querschnittes liegt die Ablösungsstelle von vornherein fest, die freie Stromlinie beginnt bei ihnen offenbar an der ersten einspringenden Ecke. Vollkommen anders liegen die Dinge bei gekrümmten Konturen<sup>1)</sup> z. B. Kreisbogen oder einem Vollkreis. Hier führt die eingehende Diskussion der Krümmung der freien Stromlinie, die zuerst von Brillouin<sup>2)</sup> durchgeführt wurde, zur Festlegung der Ablösungsstelle. Im allgemeinen besitzt die freie Stromlinie an der Ablösungsstelle einen verschwindenden Krümmungsradius, was einer scharfen Kante der Kontur an dieser Stelle entspricht. Soll die Krümmung der Kontur an der Ablösungsstelle endlich, wie beim Vollkreis sein, so muß auch die Krümmung der freien Stromlinie endlich sein, was nur bei Erfüllung einer gewissen Bedingungsgleichung der Fall ist. Damit erhält man einen Ansatz für den Logarithmus der komplexen Geschwindigkeit als Funktion einer Zwischenveränderlichen, der noch unendlich viele freie Konstante enthält. Diese Konstanten hat man aus einer Funktionalbeziehung zu bestimmen, in die die Krümmung der vorgelegten Kontur eingeht. Aus dieser Beziehung habe ich nun für den Fall des Kreiszylinders die freien Konstanten ermittelt und dann die erforderlichen Rechnungen für die Bestimmung des Stromlinienbildes, der Druckverteilung am Zylinder und des Ablösungswinkels durchgeführt. Letzterer ergab sich zu etwa  $55^\circ$ , entsprechend einem Öffnungswinkel von  $110^\circ$ . Damit ist gleichzeitig folgendes Resultat gewonnen: Bei Kreisbogen mit einem Öffnungswinkel kleiner als  $110^\circ$  entspringt die freie Stromlinie an der scharfen Kante, Kreisbogen mit einem größeren Öffnungswinkel verhalten sich genau wie ein Vollkreis. Das auf den ersten Blick Paradoxe dieses

1) Die Anfänge der Theorie gehen auf Levi-Civita zurück (Rend. circ. Palermo 23. S. 1 ff. 1907).

2) M. Brillouin, Ann. chim. et phys. [8] 23. S. 145 ff. 1911.

Ergebnisses verschwindet sofort bei der Überlegung, daß die geometrische Beschaffenheit des Hindernisses hinter der Ablösungsstelle die Strömung überhaupt nicht beeinflußt. Bei

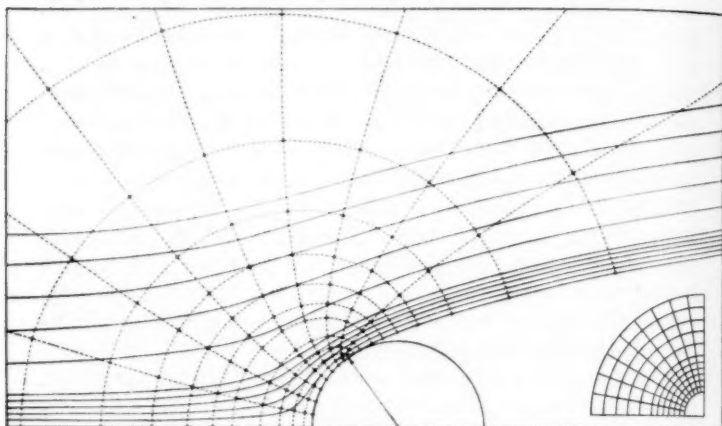


Fig. 1

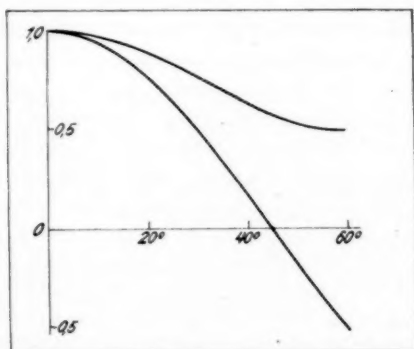


Fig. 2

dem Strömungsbild (Fig. 1)<sup>1)</sup> wurden außer der freien Stromlinie noch eine Anzahl weiterer Stromlinien eingezeichnet, um

1) Die gestrichelten Linien sind aus der konformen Abbildung der Radian und Kreisbogen des rechts unten gezeichneten Kreisquadranten hervorgegangen. Sie haben mit dem Strombild an sich nichts zu tun, sondern dienen nur als Netz, um die Stromlinien einzuzichnen.

von dem Verlauf der Strömung ein anschauliches Bild zu geben. Es empfiehlt sich, das Bild mit einer Darstellung der stetigen Potentialströmung zu vergleichen.<sup>1)</sup> Man sieht, daß in der Nähe des Staupunktes die beiden Strömungen nicht sehr verschieden voneinander sind und daß die freie Stromlinie sich noch ein großes Stück sehr dicht an die Kontur anschmiegt (der Pfeil deutet auf die Ablösungsstelle hin), was

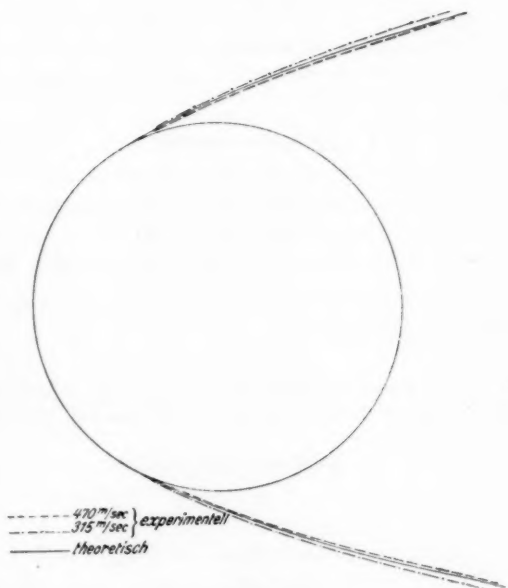


Fig. 3

natürlich auf dem stetigen Durchlaufen des zweiten Differentialquotienten beruht. Besonders kraß tritt der Unterschied beider Lösungen in der Druckverteilung am Zylinder zutage (Fig. 2). Die obere Kurve stellt den Druckverlauf für die unstetige, die untere für die stetige Lösung dar. Dabei wurde  $p_{\infty} = 0,5$ ,  $v_{\infty} = 1$ ,  $\varrho = 1$  gesetzt, so daß in (1)  $C$  gleich eins wird. Die Kurven wurden nur bis zum Winkel  $60^{\circ}$  gezeichnet; der Druck

1) Vgl. Lamb-Friedel, Hydrodynamik S. 94. Leipzig 1907.

für die stetige Lösung erreicht sein Minimum erst bei  $90^\circ$ , so daß der Unterschied beider Druckverteilungen noch größer wird. Man wird natürlich nur eine qualitative Übereinstimmung dieser Lösung mit den experimentellen Ergebnissen von Hrn. Ramsauer erwarten dürfen, sowohl infolge der Beschränkung auf das zweidimensionale Problem wie der Nichtberücksichtigung des Einflusses der Gefäßwände. Trotzdem ist die Übereinstimmung im Anfang der Hohlraumbegrenzung so auffällig (Fig. 3)<sup>1)</sup>, daß die Annahme berechtigt erscheint, daß die Hohlraumbildung bei diesen Versuchen nichts anderes als die Ausbildung der Helmholtzschen Unstetigkeitsschicht darstellt.

#### **Zusammenfassung**

1. Es werden die allgemeinen Eigenschaften von Unstetigkeitsschichten in der idealen Flüssigkeit erörtert und die Möglichkeit ihrer Entstehung untersucht.

2. Es wird die Lösung für den Kreiszylinder diskutiert.

Danzig-Langfuhr, Mathematisches Seminar der Techn. Hochschule, im April 1929.

---

<sup>1)</sup> Die experimentellen Daten verdanke ich einer freundlichen brieflichen Mitteilung von Hrn. Prof. Ramsauer (vgl. Taf. XVII, a. a. O.).

(Eingegangen 18. Mai 1929)



## Über Gleichstromverstärkung

Von *Ebbe Rasmussen*

(Mit 7 Figuren)

Die Verstärkung von Ionisierungs- und lichtelektrischen Strömen mit Hilfe der Elektronenröhre scheint bisher nicht die Hoffnungen erfüllt zu haben, welche die ersten Arbeiten dieser Art erweckten; so sieht man in letzter Zeit diese Meßmethode bei physikalischen Experimentalarbeiten nur verhältnismäßig selten angewendet. Der Grund hierfür ist ohne Zweifel teils die Tatsache, daß jetzt verbesserte und vereinfachte Elektrometer zur Verfügung stehen, außerdem die gewöhnliche Ansicht, daß eine solche Verstärkeranordnung kompliziert anzuwenden sei und keine konstanten Resultate liefere.

In der vorliegenden Arbeit sollen die Bedingungen für den größten erreichbaren Verstärkungsgrad untersucht werden, ferner die Bedingungen für die Konstanz der Verstärkungsgrade durch systematische Untersuchung der Faktoren, welche die Verstärkung bestimmen.

### Das Prinzip der Gleichstromverstärkung

Die Gleichstromverstärkung beruht auf der Relaiswirkung der Elektronenröhre; diese besteht darin, daß eine Variation  $\Delta e_g$  der Gitterspannung eine Variation  $\Delta i_a$  des Anodenstroms hervorruft. Das Umsetzungsverhältnis dieser Relaiswirkung  $\Delta i_a / \Delta e_g$ , das man die Steilheit  $S$  der Röhre benennt, ist gewöhnlich nicht sehr groß — nur von der Größenordnung  $10^{-3}$  Amp./Volt. Die großen Verstärkungsgrade, die ein Gleichstromverstärker geben kann, erreicht man dann, wenn es möglich ist, eine große Spannungsvariation  $\Delta e_g$  bei Anwendung von äußerst schwachen Gleichströmen zu bekommen, und dies ist nur möglich, wenn das Gitter hochisoliert ist.

Das Prinzip der Verstärkung von schwachen Ionisierungsströmen geht aus Fig. 1 hervor; das Gitter hat man sich dabei als unendlich gut isoliert zu denken. Wird der in der Ionisierungskammer hervorgerufene Strom  $I$  über den großen Widerstand  $R_a$  geleitet, so wird das Gitterpotential eine

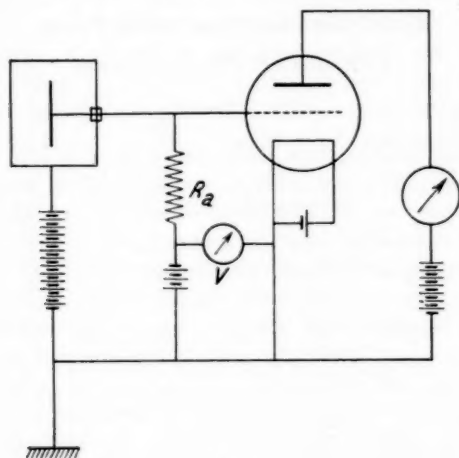


Fig. 1

Änderung  $\Delta e_g = R_a \cdot J$  erfahren, welche ihrerseits eine Änderung des Anodenstroms

$$\Delta i_a = S \cdot \Delta e_g = S \cdot R_a \cdot J$$

hervorrufen.

Unter dem Verstärkungsgrad versteht man das Verhältnis:

$$F = \frac{\Delta i_a}{J} = \frac{S \cdot R_a \cdot J}{J} = S \cdot R_a.$$

Um eine große Verstärkung zu erreichen, muß man also den Widerstand  $R_a$  so groß wie möglich wählen. Bei einer Steilheit  $S = 10^{-3}$  Amp./Volt und einem Widerstand von  $R_a = 10^{10}$  Ohm würde man eine Verstärkung von  $10^7$  erhalten.

In der Praxis gibt es eine Grenze für die Größe von  $R_a$ . Erstens muß nämlich  $R_a$  klein sein im Vergleich mit

dem inneren differentiellen Widerstand der Ionisierungskammer; unter diesem versteht man den reziproken Wert des Anstiegs der Stromspannungscharakteristik der Ionisierungskammer. Wenn man Sättigungsstrom hat, wird dieser Widerstand unendlich groß und kann dann vernachlässigt werden. Hieraus sieht man aber, daß die Verwendbarkeit der Methode auf solche Stromquellen wie Ionisierungskammer und Photozellen beschränkt ist, wo dieser innere Widerstand unendlich groß werden kann. Zweitens ist das Gitter in Wirklichkeit niemals unendlich gut isoliert, sondern es wird immer ein endlicher Widerstand  $R_g$  vorhanden sein; dieser ist teilweise durch nicht vollständige Isolation im Röhrensockel und teilweise durch Gitterströme verursacht.

Der Widerstand  $R_a$  muß dann klein im Vergleich mit  $R_g$  gewählt werden, weil die Isolationsmängel und die Gitterströme nicht sehr konstant sind. In der Praxis wird dann  $R_g$  die Grenze der Verstärkung bestimmen. Diese für die Gleichstromverstärkung wichtige Forderung hoher Gitterisolation ist zuerst von Jaeger, Hausser und Vahle<sup>1)</sup> festgestellt worden, und wurde von ihnen erfüllt durch Konstruktion von Spezialröhren und durch Verwendung sehr kleiner Anodenspannungen. Diese Verbesserungen führten zur Konstruktion des Siemens-Röntgendosismesser.

#### Einfluß von $R_g$ auf die Verstärkung

Der für die Verstärkung schädliche Gitterwiderstand  $R_g$  hat drei Hauptursachen:

- a) Isolationsmängel des Röhrensockels und der Einschmelzstellen.
- b) Elektronengitterströme (Anlaufstrom).
- c) Ionengitterströme, hervorgerufen durch Ionisation von Luftresten in der Röhre.

Diese Ursachen veranlassen jede für sich Gitterstromcharakteristiken, deren verschiedene Formen in Fig. 2a, b, c dargestellt sind. In Wirklichkeit werden alle drei Ursachen

---

1) R. Jaeger, K. W. Hausser u. W. Vahle, Wissenschaft. Veröff. a. d. Siemenskonzern 2. S. 325. 1922.

gleichzeitig auftreten, die Charakteristik bekommt dann ein Aussehen wie es Fig. 3 zeigt.

Außerdem werden Kriechströme von den anderen Elektroden zum Gitter die Charakteristik noch mehr ändern.

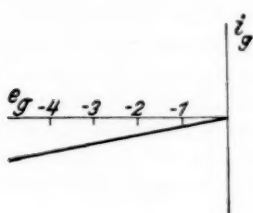


Fig. 2a

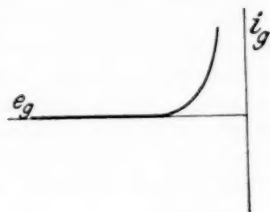


Fig. 2b

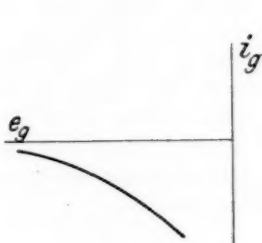


Fig. 2c

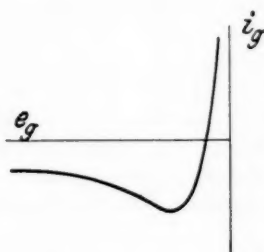


Fig. 3

Stellt man die Gitterstromcharakteristik durch  $i_g = f(e_g)$  dar, so ist der differentielle Widerstand  $R_g = \frac{\partial e_g}{\partial i_g}$ ; d. h. gleich dem reziproken Wert der Steilheit  $S_g = \frac{\partial i_g}{\partial e_g}$ . Dieser Widerstand ist parallel zum äußeren Widerstand  $R_a$  eingeschaltet, wodurch der totale Widerstand  $R = \frac{R_a R_g}{R_a + R_g}$  wird und die Verstärkung:

$$F = S \cdot \frac{R_a R_g}{R_a + R_g}.$$

Wird nun die Verbindung zur Ionisierungskammer entfernt und nimmt man eine Gitterspannungs-Anodenstrom-

Charakteristik auf mit  $R_a$  eingeschaltet, indem man die Spannung an dem Voltmeter  $V$  abliest, so findet man, daß die Charakteristik ein ganz anderes Aussehen zeigt als die normale Charakteristik ohne  $R_a$  aufgenommen (Vergleich Fig. 4).

Die Ursache hierfür sind die Gitterströme; diese verursachen einen Spannungsabfall über  $R_a$ , wodurch die wirkliche Gitterspannung  $e_g$  verschieden von der am Voltmeter abgelesenen Spannung  $e$  wird. Man hat dann  $e - e_g = R_a \cdot i_g$

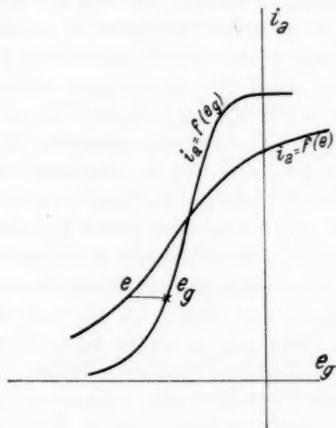


Fig. 4

oder  $e = e_g + R_a i_g$ . Die normale Anodenstromcharakteristik heißt  $i_a = f(e_g)$  und ihre Steilheit ist  $S = \frac{\partial i_a}{\partial e_g}$ . Die Charakteristik, durch den Widerstand  $R_a$  aufgenommen, heißt  $i_a = f(e)$  und ihre Steilheit ist  $S_a = \frac{\partial i_a}{\partial e}$ . Nun ergibt sich

$$S = \frac{\partial i_a}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial e_g} = S_a \cdot \frac{\partial (e_g + R_a i_g)}{\partial e_g} = S_a \left( 1 + R_a \frac{\partial i_g}{\partial e_g} \right)$$

oder:

$$S_a = \frac{S}{1 + R_a S_g}.$$

Nun ist  $S_g = 1/R_g$ , woraus

$$S_a = \frac{S}{1 + \frac{R_a}{R_g}} = S \cdot \frac{R_g}{R_a + R_g}.$$

Der Vergleich dieser Formel mit dem oben genannten Ausdruck für die Verstärkung ergibt:

$$F = R_a \cdot S_a.$$

Den Verstärkungsgrad für einen gegebenen Widerstand und eine gegebene Röhre kann man dann ohne weiteres aus einer solchen Charakteristik berechnen. Hieraus erkennt man die Berechtigung von einer „Arbeitskennlinie“ bei belastetem Gitterkreis zu sprechen, in gleicher Weise, wie man gewöhnlicherweise von einer Arbeitskennlinie bei belastetem Anodenkreis spricht. Daß es sich bei der durch  $R_a$  aufgenommenen Charakteristik um diese Arbeitskennlinie handelt, haben wir durch den Index  $a$  bei  $S_a$  angedeutet.

Nimmt man solche Arbeitskennlinien für verschiedene Elektronenröhren auf, so erhält man Kurven, die bald größere, bald kleinere Steilheit als die normale Charakteristik haben; manchmal erhält man sogar eine Arbeitskennlinie mit unendlich großer Steilheit, und es erweist sich dann als unmöglich mit Hilfe der Gittervorspannung auf die Mitte der Charakteristik einzustellen. Diese Erscheinung ist die von Barkhausen<sup>1)</sup> besprochene Labilität, die auftreten kann, wenn  $R_g$  negativ ist. Diese verschiedenen Verhältnisse lassen sich am leichtesten mit Hilfe der Formel

$$S_a = S \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_g}}$$

überblicken.

1.  $S_a < S$  wenn  $\frac{R_a}{R_g} > 0$ , d. h. wenn  $R_g$  positiv ist.
2.  $S_a = S$  wenn  $\frac{R_a}{R_g} = 0$ , oder wenn  $R_g$  viel größer als  $R_a$  ist.
3.  $S_a > S$  wenn  $\frac{R_a}{R_g} < 0$ , d. h. wenn  $R_g$  negativ ist.
4.  $S_a = \infty$  wenn  $\frac{R_a}{R_g} = -1$ , oder wenn  $R_a = -R_g$ .
5.  $S_a$  wird negativ (d. h. es wird Labilität auftreten), wenn  $\frac{R_a}{R_g} < -1$ , oder wenn  $R_a < -R_g$ .

1) H. Barkhausen, Elektronenröhren I. S. 136.

6. Schließlich sieht man, daß wenn  $R_g$  positiv ist,  $S_a$  um so kleiner wird, je größer  $R_a$  ist, und speziell  $S_a = 0$  wird für  $R_a = \infty$ . Bei Aufnahme einer Reihe von Arbeitskennlinien für eine Röhre mit verschiedenen Widerständen  $R_a$  kann man leicht die Richtigkeit dieser Betrachtungen verifizieren. Ferner wird man sehen, daß alle diese Kennlinien die normale Charakteristik in demselben Punkt schneiden — entsprechend dem Gitterstromwert Null, d. h. wenn der Gitterstrom sein Vorzeichen wechselt. Aus dem letzten erwähnten Fall, wo  $R_a = \infty$ , ersieht man, daß *ein freies Gitter sich gerade auf diejenige Spannung einstellt, welche  $i_g = 0$  entspricht.*

Durch Verwendung des negativen differentiellen Gitterwiderstandes wird man sehr hohe Verstärkungen erreichen können; diese kann man aber in der Praxis nicht ausnützen, weil die Gitterströme keine zeitliche Konstanz zeigen. Es gilt dann, wie früher hervorgehoben, daß  $R_g$  groß im Vergleich mit  $R_a$  ist, oder mit anderen Worten, daß die Arbeitskennlinie und die normale Charakteristik soweit wie möglich zusammenfallen.

#### Messung von Gitterströmen

Bei den erwähnten Charakteristikaufnahmen bekommt man indessen nicht nur die Verstärkung für den speziellen Widerstand  $R_a$ , sondern auch für jeden beliebigen Widerstand in Verbindung mit der Röhre. Wie früher erwähnt, hat man ja  $e - e_g = R_a i_g$ , wo  $e$  und  $e_g$  die Potentiale an den beiden Seiten des Widerstandes waren, welche dem gleichen Anodenstromwert entsprechen. Durch Ausmessung der horizontalen Entfernung zwischen den beiden Charakteristiken (vgl. Fig. 4) und Division durch  $R_a$  erhält man den Gitterstrom  $i_g$ ; zeichnet man diesen als Funktion von  $e_g$  auf, so hat man eine Gitterstromcharakteristik, aus welcher man entnehmen kann, wie groß der Widerstand sein darf, den man bei der Verstärkung verwendet.

Die oben beschriebene Methode zur Untersuchung von Verstärkungsgraden ist dann identisch mit einer Gitterstrommessung. In früheren Arbeiten über Gleichstromverstärkung sind auch Gitterstrommessungen ausgeführt worden, z. B. von

G. du Prel<sup>1)</sup> mit Hilfe eines empfindlichen Galvanometers, ferner von Hausser, Jaeger und Vahle<sup>2)</sup> mit einem Elektrometer. Indessen sind diese Verfahren umständlich, weil es sich um sehr schwache Ströme von  $10^{-10}$  bis  $10^{-13}$  Amp. handelt. Viel leichter ist die eben genannte Methode zu handhaben; sie wurde zuerst von M. v. Ardenne<sup>3)</sup> verwendet, der sie jedoch nicht für Ströme kleiner als  $10^{-9}$  Amp. benutzte. Es besteht indessen kein Hindernis, diese Methode auf die Messung viel schwächerer Ströme auszudehnen. Wie Ardenne gezeigt hat, ist die Empfindlichkeit der Methode gegeben durch  $\frac{di_a}{i_g} = S \cdot R_a$ , also durch genau dieselbe Formel, die hier für den Verstärkungsgrad abgeleitet wurde. Das nimmt nicht Wunder, denn diese Methode zu Gitterstrommessungen beruht ja in Wirklichkeit auf dem Prinzip der Gleichstromverstärkung. Um eine große Empfindlichkeit zu erreichen, muß dann ein großer Widerstand  $R_a$  verwendet werden. Nur gibt es hier keine obere Grenze für  $R_a$  bei den Gitterströmen, weil es gerade diese sind, die gemessen werden sollen.

Die eigenen Gitterströme der Röhre sind demnach ein besonders günstiges Objekt für die Gleichstromverstärkung, und man sieht, daß solche Messungen zulässig sind, trotzdem es scheinbar paradox ist, die Elektronenröhre als Verstärker für Gitterstrommessungen zu verwenden, um ihren Verstärkungsgrad zu untersuchen.

Die graphische Methode zur Ausmessung der Differenz ist indessen ungenau und zeitraubend, wird aber wesentlich vereinfacht durch Benutzung eines Schlüssels, durch den  $R_a$  kurzgeschlossen werden kann. Die Messungen werden dann auf folgende Weise ausgeführt:  $R_a$  wird kurzgeschlossen und  $e_g$  wird mit einem Spannungsteiler auf die gewünschte Spannung eingestellt, die man am Voltmeter abliest. Dann wird der Schlüssel geöffnet, wobei der Anodenstrom sich ändert, weil die Gitterspannung nun durch den Gitterstrom geändert wird. Mit Hilfe des Spannungsteilers gibt man dem Gitter

1) G. du Prel, *Ann. d. Phys.* **70**. S. 199. 1923.

2) K. W. Hausser, R. Jaeger u. W. Vahle, *a. a. O.*

3) M. v. Ardenne, *Jahrb. d. drahtl. Telegr.* **29**. S. 88. 1927.



gerade diejenige Spannung, welche den Anodenstrom auf den alten Wert zurückführt und liest die Spannung  $e$  am Voltmeter ab. Die Differenz der beider Voltwerte, dividiert durch  $R_a$ , gibt dann den Gitterstrom  $i_g$  bei der Spannung  $e_g$ .

Die Genauigkeit, mit welcher die Gitterströme gemessen werden, ist durch die Empfindlichkeit der Methode bestimmt, welche nach v. Ardenne  $\frac{di_a}{di_g} = S \cdot R_a$  ist. Dies ist indessen nur richtig, wenn  $R_a$  klein gegen  $R_g$  ist. Bei Differentiation von  $i_g = \frac{e - e_g}{R_a}$  findet man nämlich die maximale relative Unsicherheit

$$\frac{\Delta i_g}{i_g} = \frac{\Delta e}{e - e_g} + \frac{\Delta e_g}{e - e_g} + \frac{\Delta R_a}{R_a},$$

wo  $\Delta e$  und  $\Delta e_g$  die Einstellungsunsicherheiten für das Voltmeter sind, die von der Ablesungsunsicherheit  $\Delta i_a$  auf dem Anodenstrominstrument in folgender Weise abhängen:

$$\Delta e_g = \frac{\Delta i_a}{S} \quad \text{und} \quad \Delta e = \frac{\Delta i_a}{S_a},$$

wenn man, was meist natürlich ist, ein so empfindliches Voltmeter wählt, daß das Anodeninstrument völlig ausgenutzt wird. Wenn man nun von der Unsicherheit des Widerstandes  $R_a$  absieht, so hat man:

$$\frac{\Delta i_g}{i_g} = \frac{\Delta i_a}{e - e_g} \left( \frac{1}{S} + \frac{1}{S_a} \right)$$

und demnach für die Empfindlichkeit:

$$\frac{\Delta i_a}{\Delta i_g} = \frac{e - e_g}{i_g} \cdot \frac{1}{\left( \frac{1}{S} + \frac{1}{S_a} \right)} = R_a \frac{1}{\left( \frac{1}{S} + \frac{1}{S_a} \right)}.$$

Man sieht hieraus, daß es nutzlos ist,  $R_a$  sehr groß zu machen, weil gleichzeitig  $S_a$  kleiner wird und für die Verstärkung dominierend. In der Praxis ist es hinreichend,  $R_a$  höchstens gleich  $R_g$  zu wählen.

Diese Methode ist bei Gitterstrommessungen für eine große Zahl der im Handel befindlichen Elektronenröhren verwendet worden, zu dem Zweck, eine Röhre mit möglichst kleinen Gitterströmen zu finden. Das Voltmeter war ein Siemens & Halske-10-Ohminstrument und das Galvanometer

ein Siemens & Halske-Mikroampèremeter mit sieben Meßbereichen. Dieses war besonders geeignet, da es gestattete, mit einem Stöpsel den Meßbereich zu ändern, was sehr bequem für die Kompensation des Anodenstroms war.

Als Gitterwiderstände wurden Xylol-Alkoholmischungen von  $10^9$  bis  $10^{11}$  Ohm verwendet. Die Widerstände bestanden aus Glasröhrchen mit eingeschmolzenen Platinelektroden. Die Röhrchen wurden vor der Füllung schellakiert und dann in einem elektrischen Ofen bis  $120^0$  erhitzt, wobei der Schellack schmolz und in einer dünnen Schicht herausfloß. Hierdurch wurde erreicht, daß die Widerstände durch Berührung mit den Fingern, durch Feuchtigkeitsgrad im Zimmer usw. unbeeinflußbar gemacht wurden. Die Widerstände wurden mit der Siemensmethode durch Entladung einer Kapazität gemessen mit Hilfe eines Lindemannelektrometers und eines Siemens & Halske - Präzisionsglimmerkondensators, der sich hinreichend hochisoliert für elektrostatische Messungen erwies. Die Widerstände wurden vor und nach jeder Charakteristikaufnahme gemessen und zeigten vortreffliche Konstanz.

#### Die Resultate der Gitterstrommessungen

Die älteren Röhren mit helleuchtendem Wolframdraht zeichneten sich durch eine gute Isolation (etwa  $10^{11}$  Ohm) im Röhrensockel aus, hatten aber ein so schlechtes Vakuum, daß die Ionengitterströme bei normalen Anodenspannungen von der Größenordnung  $10^{-8}$  Amp. waren.

Die modernen Röhren mit Bariumkathode hatten umgekehrt schlechte Isolation im Sockel ( $10^8$  bis  $10^9$  Ohm), so daß dieser entfernt werden mußte, ehe die Röhren für Messungen verwendet werden konnten. Um die Einschmelzstellen zu schützen, wurde Schwefel zwischen die Drähte gegossen, nachdem das Glas zuerst mit heißem destillierten Wasser gereinigt war. Oder es genügte, zwei Löcher in den Bakelite-sockel zu bohren, die Gitterzuleitung aufzulöten, sie durch eine Pinzette durch das Loch herauszuziehen und sie dann mit etwas Schwefel zu befestigen. In dem anderen Loch wurde ein Glasröhrchen mit etwas Natrium als Trockenmittel befestigt. In dieser Weise gelang es, die Isolierung des Gitters gegen die anderen Elektroden zu etwa  $4 \cdot 10^{11}$  Ohm zu ver-

bessern. Diese Messung kann natürlich nur vorgenommen werden, wenn die Röhre außer Betrieb ist, aber die Erwärmung des Glühdrahtes wird in den modernen Oxydröhren wahrscheinlich kaum zur Verringerung der Isolation Anlaß geben.

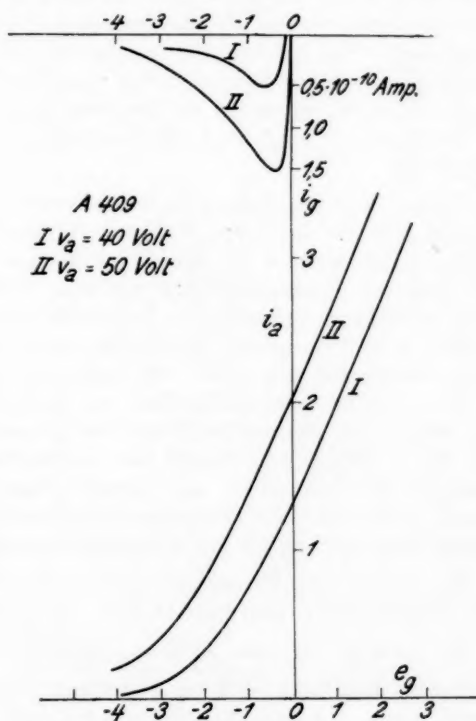


Fig. 5

Mit solchen präparierten Röhren wurden die Ionengitterströme z. B. für Philips A 409 zu etwa  $10^{-10}$  Amp. gemessen. Aus Fig. 5, die eine Gitterstromcharakteristik einer der besten Dreielektrodenröhren darstellt, sieht man, daß man bei  $v_a = 50$  Volt  $e_g = -1$  Volt haben muß, damit man einigermaßen auf dem steilen Teil der Anodenstromcharakteristik arbeiten kann. Für  $e_g = -1$  Volt ist  $S = 0,6$  mA/Volt und

$\frac{\partial i_g}{\partial e_g} = -0,5 \cdot 10^{-10}$  Amp./Volt oder  $R_g = -2 \cdot 10^{10}$  Ohm. Soll  $R_a$  klein gegen  $R_g$  sein, z. B.  $\frac{1}{25}$  davon, also  $R_a = 0,8 \cdot 10^9$  Ohm, so kann eine Verstärkung von  $F = 0,8 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^5$  mal erreicht werden. Um einwandfrei noch höhere Verstärkungszahlen zu erreichen, wurden die gewöhnlichen Doppelgitterröhren untersucht, bei welchen viel niedrigere Anodenspannungen ausreichen. Solche Röhren wurden zuerst im Siemensdosismesser verwendet, wo es bei der Anodenspannung 7 Volt und der Forderung  $R_a < \frac{1}{25} |R_g|$  die Verstärkung  $4 \cdot 10^5$  zu erreichen gelang.

Als Beispiel für die Doppelgitterröhren wird in Fig. 6 eine Charakteristik für die Röhre Philips A 141 gegeben, die eine der besten Röhrentypen für den Zweck zu sein scheint. Das Bild zeigt vier Charakteristiken mit  $v_c = 20$  Volt aufgenommen, während die Spannung des Raumladungsgitters von  $v_r = 20$  bis  $v_r = 14$  Volt variiert wurde. Es zeigte sich nämlich, daß es hinreichend war,  $v_r$  zu verkleinern, um  $i_g$  zu verkleinern; dies ist auch leicht verständlich, weil  $i_r$  ja viel größer als  $i_a$  ist, wodurch die Wahrscheinlichkeit für Ionisierung viel größer im Raume zwischen Glühdraht und Raumladungsgitter als im übrigen Teil der Röhre ist. Gemäß diesen Stromverhältnissen bekommen die Gitterstromcharakteristiken ein ganz anderes Aussehen als bei den Dreielektrodenröhren.

Um den erreichbaren Verstärkungsgrad zu beurteilen, sei z. B. die Charakteristik für  $v_r = 14$  Volt betrachtet. Für  $e_g = -3$  bis  $-4$  Volt hat man  $R_g = \frac{1}{4 \cdot 10^{-12}} = 2,5 \cdot 10^{11}$  Ohm und  $S = 4 \cdot 10^{-4}$  Amp./Volt. Mit der Forderung  $R_a \leq \frac{1}{25} |R_g| = 10^{10}$  Ohm erhält man die Verstärkung  $F = 10^{10} \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^6$ , also eine zehnmal so große Verstärkung wie im Siemens-Dosismesser. Oder für  $e_g = -4$  bis  $-5$  Volt hat man  $R_g = \frac{1}{10^{-12}} = 10^{12}$  Ohm und  $S = 2 \cdot 10^{-4}$  Amp./Volt, wodurch man bei  $R_a = \frac{1}{25} 10^{12} = 4 \cdot 10^{10}$  Ohm eine Verstärkung von  $F = 4 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^6$  erhält. Würde man aber diese Röhre als Verstärker benutzen, um ihre eigenen Gitterströme genauer zu messen, so konnte man wohl noch höhere Verstärkungszahlen einwandfrei verwenden.

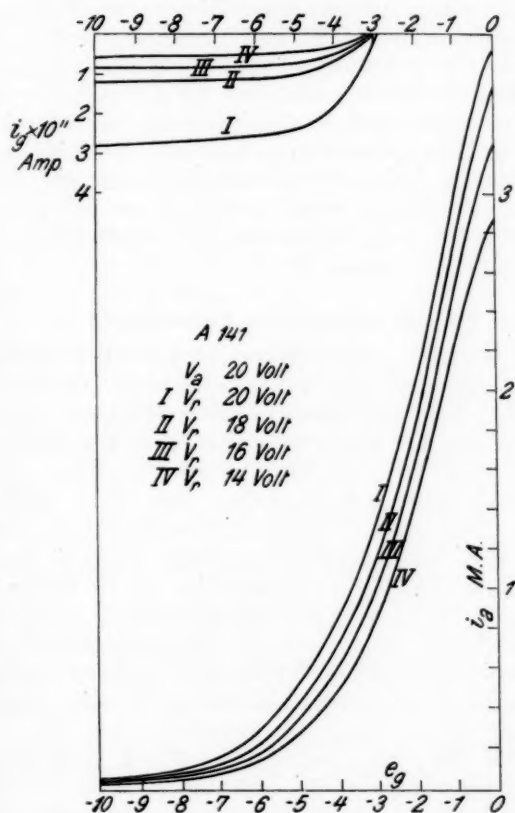


Fig. 6

Daß sich also bei Verwendung üblicher technischer Elektronenröhren leicht mehr als zehnmals größere Verstärkung als im Siemensdosismesser bei Spezialröhren erreichen lassen, beruht in erster Linie auf dem vorzüglichen Vakuum, das in den modernen Röhren herrscht; dadurch wird es möglich, den Arbeitspunkt auf den steilen Teil der Charakteristik zu verschieben.

In den meisten Arbeiten über Gleichstromverstärkung ist überhaupt kein äußerer Widerstand verwendet, sondern bei völlig freiem Gitter gearbeitet, was prinzipiell unrichtig ist. Erstens wird, wie früher gezeigt, ein völlig freies Gitter sich auf gerade die Spannung einstellen, für die der Gitterstrom Null wird, und wie es aus Fig. 5 und 6 hervorgeht, ist  $R_g$  an dieser Stelle recht klein; man bekommt daher nur eine kleine Verstärkung. Zweitens kann man nicht erwarten, daß  $R_g$  überhaupt konstant ist, was man fordern muß, um eine konstante Verstärkung zu erreichen.

### Über die Konstanz der Verstärkung

Wenn man den Gleichstromverstärker als Ausschlag-instrument verwenden will, muß man fordern, daß die Verstärkung innerhalb der Meßgenauigkeit konstant ist. Da  $F = R_a \cdot S_a$ , wird dieses erreicht werden, wenn sowohl  $R_a$  als  $S_a$  konstant sind.

Zum Gebrauch bei Messungreihen muß zuerst zeitliche Konstanz verlangt werden. Diese ist ohne Zweifel für  $S$  vorhanden, weil  $S$  hauptsächlich geometrisch durch die gegenseitige Lage der Elektroden bestimmt ist.  $S_a$  ist dann auch konstant, wenn  $S_a$  nahe gleich  $S$  ist, also wenn  $R_a \ll R_g$ . Mit Rücksicht auf die Konstanz der Xylol-Alkoholwiderstände muß bemerkt werden, daß diese sich als recht konstant erwiesen haben, obwohl sie an und für sich eine nicht kleine Temperaturabhängigkeit<sup>1)</sup> besitzen. Die für diese Untersuchung benutzten Widerstände sind während der Dauer eines halben Jahres kontrolliert worden, ohne daß eine Variation innerhalb der Meßgenauigkeit (2—3 Proz.) des Lindemanelektrometers festgestellt wurde. Ein anderer Nachteil besteht darin, daß Polarisierung auftreten könnte. Ein ähnliches Phänomen ist auch beobachtet, indem einige der Widerstände eine schwache elektromotorische Kraft von 0,1—0,2 Volt zeigten, welche sich merkwürdig konstant hielt, trotzdem der Widerstand für mehrere Tage kurzgeschlossen wurde. Dagegen wurde eine eigentliche Polarisierung nicht beobachtet. Dieser Nachteil wird indessen nicht die Konstanz der Verstärkung beeinflussen,

1) N. Campbell, Phil. Mag. 23. S. 668. 1912.

sondern evtl. nur die Konstanz des Nullpunktes; dieses aber ist ohne Bedeutung, wenn man Kompensation im Anodenkreis verwendet.

Die Forderung der Konstanz der Verstärkung gegenüber verschiedenen Strömen, d. h. die Forderung nach linearer Verstärkung ist viel schwieriger zu erfüllen. Was die Widerstände betrifft, so müssen sie hierfür dem Ohmschen Gesetz gehorchen, oder mit anderen Worten: sie müssen ohne Polarisierung sein. Diese Seite des Verstärkungsproblems ist noch nicht vollkommen gelöst. Hier wurde nur festgestellt, daß die Widerstände konstant blieben, wenn die benutzte Spannung von 1–20 Volt variiert wurde. Über die Linearität der Steilheit hat Greinacher<sup>1)</sup> einige Betrachtungen angestellt, die zeigen, daß man in erster Näherung die Steilheit als konstant betrachten kann, wenn der Arbeitspunkt auf dem mittleren Teil der Charakteristik ist. Um diese Frage quantitativ zu untersuchen, ergibt sich bei Benutzung von Taylors Formel

$$\Delta i_a = \Delta e_g \frac{\partial i_a}{\partial e_g} + \frac{\Delta e_g^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 i_a}{\partial e_g^2}$$

oder nach den gewöhnlichen Beziehungen:

$$\Delta i_a = \Delta e_g \cdot S + \frac{\Delta e_g^2}{2} \frac{\partial S}{\partial e_g}.$$

Eine genau lineare Verstärkung würde man danach nur erreichen, wenn  $\frac{\partial S}{\partial e_g} = 0$  wäre. Deshalb muß man sich damit begnügen, zu fordern, daß das zweite Glied höchstens  $T/100$  mal das erste, wo  $T$  die Toleranz in Prozenten ist.

$$\frac{\frac{\Delta e_g^2}{2} \frac{\partial S}{\partial e_g}}{\Delta e_g \cdot S} \leq \frac{T}{100}.$$

Daraus ergibt sich

$$\Delta e_g \leq \frac{T}{100} \cdot \frac{2S}{\frac{\partial S}{\partial e_g}}$$

als Ausdruck für den Spannungsbereich des Gitterpotentials (gemessen in Volt), in welchem man mit der Toleranz  $T$  mit

1) H. Greinacher u. H. Hirschi, Schweiz. Min. u. Petrogr. Mitt. 3. S. 153. 1923.

linearer Verstärkung arbeiten kann. Wir nennen diesen Spannungsbereich das maximale lineare Arbeitsgebiet des Gitterpotentials.

Entsprechend haben wir ein maximales lineares Arbeitsgebiet  $W$  im Anodenkreis, welches ausgedrückt in Milliampere durch Multiplikation von  $\Delta e_g$  mit  $S$  gefunden wird, wo  $S$  in Milliampere gemessen ist; es wird also:

$$W \leq \frac{T}{100} \cdot \frac{2S^2}{\frac{\partial S}{\partial e_g}}.$$

Es soll nun zuerst die Variation der Steilheit für eine Dreielektrodenröhre untersucht werden, für welche Langmuir-Schottkys Formel

$$i_a = k \cdot (e_g + D \cdot e_a)^{3/2}$$

Gültigkeit hat. Man findet durch wiederholte Differentiation:

$$S = \frac{\partial i_a}{\partial e_g} = k \cdot \frac{3}{2} (e_g + D e_a)^{1/2},$$

da  $e_a$  und  $D$  konstant sind, und

$$\frac{\partial S}{\partial e_g} = k \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} (e_g + D e_a)^{-1/2}.$$

Werden diese Größen in die Formel für das lineare Arbeitsgebiet eingesetzt, so erhält man:

$$W \leq \frac{6T}{100} \cdot i_a.$$

Das Arbeitsgebiet ist dann proportional mit dem Anodenstrom. Verlangt man eine Toleranz von 1 Proz., so wird  $W \leq \frac{6}{100} i_a$  mA. Verlangt man ein Gebiet von 0,1 mA, so muß sein:  $i_a \geq 17$  mA, und für ein Gebiet von 1,0 mA muß sein:  $i_a \geq 17$  mA. Wünscht man daher den verstärkten Strom mit einem Zeigergalvanometer zu beobachten, so wird es unmöglich, lineare Verstärkung zu erreichen, während es mit einem Spiegelgalvanometer leichter sein wird. Der Ausdruck für das lineare Arbeitsgebiet gilt indessen nur unter der Voraussetzung, daß der Exponent in der Raumladungsformel  $\frac{3}{2}$  ist. Ist dieser im allgemeinen  $\alpha$ , so ändert sich der



Ausdruck in  $W = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot i_a \cdot 2 \cdot \frac{T}{100}$ . Für einen Teil der modernen Oxydröhren wurde die Gültigkeit der Raumladungsformel untersucht mit dem Resultat, daß  $\alpha$  zwischen 1,7 und 2,0 variierte, was die Verhältnisse in bezug auf das lineare Arbeitsgebiet noch ungünstiger gestaltet. Für  $\alpha = 2,0$  hat man  $W = \frac{4T}{100} i_a$ , also 50 Proz. weniger als für eine Röhre alter Konstruktion.

Um sehr hohe Verstärkungen zu erreichen, ist man, wie früher gezeigt, auf die Verwendung von Doppelgitterröhren angewiesen, für welche die Raumladungsformel keine Gültigkeit hat. Es gibt ja überhaupt keine Gesetzmäßigkeit, die  $e_g$  und  $i_a$  für eine Doppelgitterröhre in Raumladungsgitterschaltung verbindet, so daß man auf direkte Messungen der Variation der Steilheit angewiesen ist. Aus solchen Messungen wird man bald erkennen, daß die Steilheit hier viel stärker als bei Dreielektrodenröhren variiert, indem der Anodenstrom annähernd exponentiell mit der Gitterspannung wächst; darum sind diese Röhren für die Erreichung einer linearen Verstärkung sehr ungünstig.

Mehrere Forscher, z. B. G. du Prel<sup>1)</sup> haben erwähnt, daß man das Gebiet der linearen Verstärkung durch Einführung eines großen Widerstandes im Anodenkreis vergrößern kann. Ein solcher wird die Charakteristik verflachen, weil die Anodenspannung wegen des Spannungsabfalls über den Widerstand  $R_A$  verringert wird. Mit den gewöhnlichen Bezeichnungen hat man

$$d i_a = \frac{\partial i_a}{\partial e_g} d e_g + \frac{\partial i_a}{\partial e_a} d e_a$$

oder

$$d i_a = S \cdot d e_g + \frac{1}{R_i} d e_a.$$

Nun ist

$$d e_a = - R_A d i_a,$$

wodurch

$$d i_a = S d e_g - \frac{R_A}{R_i} d i_a$$

wird, also

$$d i_a = S \cdot \frac{R_i}{R_i + R_A} d e_g.$$

1) G. du Prel, a. a. O.

Die Arbeitskennlinie hat dann eine Steilheit:

$$S_A = \frac{d i_a}{d e_g} = S \cdot \frac{R_i}{R_A + R_i}.$$

Dies ist genau derselbe Ausdruck wie für  $S_a$  bei belastetem Gitterkreis. Nach der Gleichung von Barkhausen

$$S \cdot R_i = \frac{1}{D}$$

wird der Ausdruck in den folgenden geändert:

$$S_A = \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{R_A + R_i}.$$

Wir werden nun den Ausdruck  $\frac{S_A^2}{\frac{\partial S_A}{\partial e_g}}$  berechnen und finden

dann durch partielle Differentiation:

$$\frac{d S_A}{d e_g} = \frac{d S_A}{d R_i} \cdot \frac{d R_i}{d e_g}$$

$$\text{oder} \quad \frac{d S_A}{d e_g} = - \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{(R_A + R_i)^2} \cdot \frac{d R_i}{d e_g};$$

weiter wird nach der Gleichung von Barkhausen

$$\frac{d R_i}{d e_g} = - \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{S^2} \cdot \frac{d S}{d e_g}$$

$$\text{und also} \quad \frac{d S_A}{d e_g} = \frac{R_i^2}{(R_A + R_i)^2} \cdot \frac{d S}{d e_g}.$$

Dann wird  $\frac{S_A^2}{\frac{\partial S_A}{\partial e_g}} = \frac{S^2}{\frac{\partial S}{\partial e_g}}$  oder das lineare Arbeitsgebiet wird

durch die Einführung eines äußeren Widerstandes  $R_A$  nicht verändert. Diese Betrachtung gilt ganz unabhängig von den speziellen Eigenschaften der Röhre.

Ein ähnliches Resultat erhält man, wenn man die Verwendung von den Ionengitterströmen zur Ausdehnung des linearen Arbeitsgebietes versucht. Für die Steilheit der Arbeitskennlinie bei belastetem Gitterkreis gilt ja

$$S_a = S \cdot \frac{R_g}{R_a + R_g}.$$

Für eine Dreielektrodenröhre hat man auch  $i_g = C \cdot i_a$ , wo  $C$  der Vakuumfaktor ist. Durch Differentiation hiervon ergibt sich

$$\frac{\partial i_g}{\partial e_g} = C \cdot \frac{\partial i_a}{\partial e_g},$$

indem  $C$  als konstant betrachtet wird, oder

$$\frac{1}{R_g} = C \cdot S,$$

woraus

$$S_a = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{R_a + R_g},$$

also genau analoge Ausdrücke wie für belasteten Anodenkreis. Unter der Voraussetzung, daß  $C$  konstant ist, kann man auch hierdurch keine Ausdehnung des linearen Arbeitsgebietes erreichen. Für Doppelgitterröhren gilt diese Betrachtung nicht, weil der Ionengitterstrom dort bei Ionisation sowohl vom Anodenstrom als vom Raumladungsgitterstrom gebildet wird.

Endlich könnte man versuchen, die Elektronengitterströme zu verwenden. Dieser sogenannte Anlaufstrom ist ja durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$J = J_0 \cdot e^{\frac{E}{E_0} - 1},$$

woraus man ersieht, daß der Strom exponentiell bei abnehmender negativer Gittervorspannung wächst und dabei einen abnehmenden Widerstand  $R_g$  darstellt. Bei richtiger Wahl des Arbeitspunktes und des äußeren Widerstandes  $R_a$  erhält man dadurch die Möglichkeit, die Variation der Steilheit zu kompensieren und eine lineare Verstärkung zu erreichen. Dieses Problem wurde nicht durch Rechnung, sondern rein experimentell angegriffen, und namentlich bei den erwähnten Doppelgitterröhren untersucht. Das Verfahren bestand darin, die Konstanz der Steilheit  $S_a$  zu untersuchen durch Aufnahme von Teilcharakteristiken bei Verwendung eines weiteren Spannungsteilers im Gitterkreise, bei welchem die Gitterspannung in kleinen Intervallen variiert werden konnte. Es gelang dabei ein lineares Arbeitsgebiet von mehr als 1 mA zu erreichen.

Die Benutzung von Elektronengitterströmen bedeutet ja indessen, daß man die Forderung

$$R_a \leq \frac{1}{S} |R_g|$$

1) H. Barkhausen, Elektronenröhren 1. S. 32.

aufgeben muß, weil ja  $R_g$  in diesem Gebiet viel kleiner wird. Freilich muß man ja erwarten, daß die Elektronengitterströme besser konstant als die Ionengitterströme sind, man muß aber auch bedenken, daß immer ein Ionengitterstrom überlagert ist, welcher Variationen erleiden kann. Dabei wird dieses Verfahren etwas problematisch; jedenfalls muß es durch weitere experimentelle Ergebnisse gestützt werden.

#### Der Verstärker als Nullinstrument

Man kann der Frage der linearen Verstärkung ganz aus dem Wege gehen, wenn man den Gleichstromverstärker als Nullinstrument verwendet.

Dann muß man mit dem Spannungsteiler die Gitterspannung so weit ändern, daß der Anodenstrom auf denselben Wert zurückgeht, welchen er vor dem Anschluß des zu messenden Stroms hatte. Würde man diese Kompensation auf diese Weise ausführen, daß man  $R_a$  durch den Schlüssel kurzschließt, und dann die kompensierende Gitterspannungsänderung vornimmt, so würde diese gleich dem Spannungsfall über den totalen Widerstand  $R = \frac{R_a R_g}{R_a + R_g}$  werden, und dabei wäre die Kompensation erfolglos.

Wenn man dagegen die Kompensation durch den Widerstand  $R_a$  unternimmt, bekommt man den Spannungsabfall durch  $R_a$  allein, wie aus folgender Betrachtung hervorgeht.

Die Definition des Verstärkungsgrades war ja

$$F = \frac{\Delta i_a}{J},$$

also ist

$$\Delta i_a = J \cdot F.$$

Indessen ist gezeigt, daß  $F = R_a \cdot S_a$  ist, woraus

$$\Delta i_a = J \cdot R_a \cdot S_a.$$

Wird dieser Ausdruck mit der Definition  $S_a = \frac{\Delta i_a}{\Delta e}$  verglichen, so erhält man:

$$\Delta e = J \cdot R_a.$$

Wird demnach die scheinbare Gitterspannungsänderung  $\Delta e$  mit der erwähnten Kompensationsmethode gemessen, so erhält man dabei den Spannungsabfall einzig durch  $R_a$  und unabhängig von  $R_g$ ;  $R_g$  bestimmt nur die Empfindlichkeit der Methode.

Diese Methode ist ja in Wirklichkeit genau dieselbe, welche bei den Gitterstrommessungen verwendet wurde. Daraus ersieht man, daß die Forderung

$$R_a \leq \frac{1}{25} |R_g|$$

nicht streng erfüllt zu sein braucht, weil die Konstanz der Verstärkung hier eine untergeordnete Rolle spielt; die Verstärkung muß nur hinreichend groß sein.

Kürzlich hat R. Jaeger<sup>1)</sup> eine andere Kompensationsmethode in Verbindung mit dem Gleichstromverstärker beschrieben; sie besteht darin, einen variablen Stromstandard aus Uranoxyd mit einer Blende zu benutzen, wodurch die Messung nicht allein von der Konstanz der Röhre, sondern auch von der Konstanz des Widerstandes unabhängig wird. Für den Zweck der Röntgendosimetrie glaube ich auch, daß diese Methode die beste Lösung ist, aber für viele Anwendungen bei physikalischen Experimentalarbeiten ist die hier beschriebene Methode vorzuziehen wegen ihrer größeren Einfachheit; ferner, weil es sich bei physikalischen Arbeiten oft um relative Messungen handelt, bei denen man andere Standard- oder Normale zu verwenden pflegt, wie z. B. bei radioaktiven Messungen.

#### Anwendung des Gleichstromverstärkers

Wie früher erwähnt, ist die Anwendung des Gleichstromverstärkers auf solche Stromquellen als Ionisierungsströme und Photoströme beschränkt, bei welchen der innere Widerstand sehr groß ist. Die hohen erreichbaren Verstärkungszahlen ermöglichen dann Messungen von Ströme von der Größenordnung  $10^{-9}$  bis  $10^{-12}$  Amp. mittels Milliampere- und Zeigergalvanometern und bei Anwendung von Spiegelgalvanometern von noch schwächeren Strömen.

Die erste Aufgabe ergibt keine Schwierigkeiten, die andere dagegen mehrere. Z. B. werden Glühspannungs- und Anodenspannungsschwankungen sich geltend machen, die schwierig zu vermeiden sind. Man muß dann verschiedene Kunstgriffe benutzen, wie z. B. zwei Röhren in einer Brückenschaltung zu

1) R. Jaeger, Ztschr. f. Phys. 52. S. 627. 1928.

verwenden, wie von Wynn-Williams<sup>1)</sup> und J. Brentano<sup>2)</sup> gezeigt. Andererseits werden elektromagnetische Störungen den Verstärker für schwache Ströme unbrauchbar machen, wenn man nicht weitgehenden Vorsichtsmaßregeln mit Rücksicht auf eine effektive Abschirmung vornimmt. Für sehr schwache Ströme wird der Gleichstromverstärker dann ein recht kompliziertes Instrument, so daß es fraglich wird, ob ein solcher einem Elektrometer vorzuziehen ist. Daß man prinzipiell nicht schwächere Ströme als mit Elektrometern messen kann, wurde von Jaeger und Kussmann<sup>3)</sup> gezeigt. Nach meinen Erfahrungen bietet es indessen keine Schwierigkeiten, Ströme bis zu  $10^{-12}$  Amp. zu messen. Es genügt dann, die Röhre und den Widerstand in einem geerdeten Kupferkasten unterzubringen, wenn nicht Induktorien oder Hochfrequenzmaschinen in der Nähe sind.

Ich glaube daher, daß der Gleichstromverstärker ein sehr nützliches Hilfsmittel werden kann, um Ströme von  $10^{-9}$  bis  $10^{-12}$  Amp. zu messen, weil er große Vorteile vor Elektrometern hat, wie z. B. kurze Einstelldauer, Verwendung von Zeigerinstrumenten und als größten Vorteil: seinen kleinen Preis.

Als Nullinstrument verwendet, hat der Gleichstromverstärker in einem von Dipl.-Ing. Johnsen<sup>4)</sup> konstruierten und von der Firma Dänische Röntgen-Aktiengesellschaft hergestellten Röntgendosismesser Anwendung gefunden.

Schließlich will ich eine andere Anwendung kurz erwähnen, die ich beim Aufbau eines Instrumentariums für  $\gamma$ -Strahlungsmessungen von Radium- und Emanationspräparaten an der Radiumstation in Kopenhagen gemacht habe. Als Ionisierungskammer benutzte ich einen großen Bleikasten von der von V. F. Hess<sup>5)</sup> angegebenen Form und von den Dimensionen  $40 \times 40 \times 10$  cm, wodurch man Ionisierungsströme von der bequemen Größenordnung  $10^{-10}$  Amp. bekommt.

1) C. E. Wynn-Williams, Proc. Camb. Phil. Soc. **23**. S. 811. 1927; Phil. Mag. **6**. p. 324. 1928.

2) J. Brentano, Phil. Mag. **7**. S. 685. 1929; Phys. Ztschr. **54**. S. 571. 1929.

3) C. Jaeger u. C. Kussmann, Phys. Ztschr. **28**. S. 645. 1927.

4) A. Johnsen, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **16**. Kongreßheft Nr. 38. 1925.

5) Vgl. St. Meyer u. E. v. Schweidler, Radioaktivität S. 292.



wird. Dann wird das Normal entfernt und an deren Stelle werden die zu messenden Präparate angebracht; die Messung erfolgt dann nur durch Verschiebung von  $W_2$  und Ablesung des Voltmeters  $V$ .

Ein weiterer Vorteil gegenüber elektrometrischen Messungen besteht darin, daß die natürliche Ionisierung durch Kompensation automatisch subtrahiert wird. Endlich kann der Beobachter während der Messung gegen die  $\gamma$ -Strahlen besser geschützt werden.

#### Zusammenfassung

1. Die Theorie des Gleichstromverstärkers wurde gegeben, und es wurde gezeigt, daß der Verstärkungsgrad rein synthetisch bestimmt werden kann durch Aufnahme von Arbeitscharakteristiken bei belastetem Gitterkreis.

2. Die Gitterströme und damit der erreichbare Verstärkungsgrad wurde durch solche Aufnahmen für eine Anzahl der üblichen Röhren bestimmt mit dem Resultat, daß man einen Verstärkungsgrad von etwa  $10^7$  erreichen kann.

3. Die Konstanz und Linearität der Verstärkung wurde untersucht mit dem Erfolg, daß sich eine Möglichkeit ergibt, Linearität durch Verwendung der Elektronengitterströme zu erreichen.

4. Die Anwendung des Verstärkers als Nullinstrument wurde erwähnt, und es wurde ein Instrumentarium für  $\gamma$ -Strahlungsmessungen nach den gegebenen Richtlinien konstruiert.

Die vorliegende Arbeit ist teils im Physikalischen Laboratorium der polytechnischen Lehranstalt und teils im Biophysikalischen Institut der Universität in Kopenhagen ausgeführt, wofür ich Hrn. Prof. E. S. Johansen und Hrn. Prof. H. M. Hansen herzlich danken möchte. Ebenso möchte ich der Direktion der Radiumstation dafür danken, daß sie mir die notwendigen Instrumente zum Aufbau meiner Apparatur zur Verfügung gestellt hat. Schließlich bin ich Hrn. Dr. J. C. Jacobsen für viele wertvolle Diskussionen zu Danke verpflichtet.

Kopenhagen, Radiumstation, Mai 1929.

Eingegangen 26. Mai 1929)

---